

硕士学位论文

面向多任务的通用冗余机械臂路径逆运动
学算法研究

Research on General-Purpose Pathwise Inverse
Kinematics Algorithms for Redundant Manipulators
in Multi-Task

专业学位类别

电子信息

专业领域

人工智能

作者姓名

赵嘉明

指导教师

谢斌 副教授

2025年05月

中图分类号 TP242.2
UDC 004.8

学校代码 10533
学位类别 专业学位

硕士学位论文

面向多任务的通用冗余机械臂路径逆运动 学算法研究

Research on General-Purpose Pathwise Inverse Kinematics Algorithms for Redundant Manipulators in Multi-Task

作者姓名	赵嘉明
专业学位类别	电子信息
专业领域	人工智能
研究方向	机器人运动规划
二级培养单位	自动化学院
指导教师	谢斌 副教授

论文答辩日期 2025.5.21

答辩委员会主席



中 南 大 学

2025年05月

学位论文原创性声明

本人郑重声明，所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了论文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得中南大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我共同工作的同志对本研究所作的贡献均已在论文中作了明确的说明。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切相关责任。

学位论文作者签名：赵嘉明 日期：2015年5月28日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者和指导教师完全了解中南大学有关保留、使用学位论文的规定：即学校有权保留并向国家有关部门或机构送交学位论文的复印件和电子版，允许本学位论文被查阅和借阅。本人授权中南大学可以将本学位论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索和公开传播，可以采用复印、缩印或其它手段保存和汇编学位论文。本人同意按《中国优秀博硕士学位论文全文数据库出版章程》规定享受相关权益。本人保证：毕业后以学位论文内容发表的论文作者单位注明中南大学；学位论文电子文档的内容和纸质学位论文的内容相一致。

延缓公开论文延缓到期后适用本授权书，涉密论文在解密后适用本授权书。

本学位论文属于：（请在以下相应方框内打“√”）

☒公开

☐延缓公开，延缓期限（__年__月__日至__年__月__日）

学位论文作者签名：赵嘉明

日期：2015年5月28日

（填写阿拉伯数字）

指导教师签名：谭家明

日期：2015年5月28日

面向多任务的通用冗余机械臂路径逆运动学算法研究

摘要：近年来，机器人在不同行业的应用需求迅速增长。与传统固定轨迹作业模式不同，现代机器人需在复杂环境中执行更智能、更拟人化的操作，这要求其具备在多重任务与约束条件下自主协调的能力。冗余机械臂通过其特有的自由度优势，可保证高精度轨迹跟踪的同时，实现关节优化、避障等多重子任务，这一过程即路径逆运动学问题。本文针对冗余机械臂多任务下路径逆运动学展开研究，主要内容如下：

(1) 针对现有路径逆运动学算法在多任务平衡效率、通用性和实时性方面的不足，提出一种融合精英继承、自适应区间搜索和记忆回溯重启等策略的改进超多目标进化算法，显著提升末端位姿精度、关节运动连续性、避障等多任务的鲁棒性与求解效率。并且，基于多款机械臂平台和多样化运动轨迹的仿真对比实验，验证了所提算法在多任务平衡上优于现有前沿算法。

(2) 针对现有算法难以在协同优化多任务的同时保证高精度位姿求解的问题，本文提出了一种基于半解析框架与全关节编码的协同求解算法。该算法采用双线程并行架构，通过前沿个体动态交互，使得对于能够应用参数化关节法的冗余机械臂，在保持多任务平衡效率的同时实现高精度跟随。进一步，本文还构建了一个通用路径逆运动学求解基础框架，可覆盖多类机械臂的路径逆运动学求解需求。

(3) 针对现有仿真平台依赖文件复杂、模块耦合度高、定制性差等问题，本文开发了一套基于 ROS 系统的轻量化多功能综合仿真平台，包括任意构型冗余机械臂自定义、个性化运动轨迹设计、正运动学解析式自动求解、算法仿真实现及性能评估等核心功能，为通用路径逆运动学框架的研究提供了可靠的仿真验证平台。

图 48 幅，表 10 个，参考文献 64 篇

关键词：冗余机械臂；路径逆运动学；多任务规划；多目标优化

分类号：TP242.2

Research on General-Purpose Pathwise Inverse Kinematics Algorithms for Redundant Manipulators in Multi-Task

Abstract: In recent years, the demand for robotic applications across various industries has grown rapidly. Unlike traditional fixed-trajectory operation modes, modern robots need to perform more intelligent and human-like operations in complex environments, which requires them to autonomously coordinate under multiple tasks and constraints. Redundant manipulators leverage their inherent degree-of-freedom advantage to ensure high-precision trajectory tracking while achieving multiple subtasks such as joint optimization and obstacle avoidance. This process is referred to as the pathwise inverse kinematics problem. This thesis focuses on the study of pathwise inverse kinematics for redundant manipulators under multi-task conditions. The main contents are as follows:

(1) To address the limitations of existing pathwise inverse kinematics algorithms in balancing efficiency, generality, and real-time performance for multi-task scenarios, this thesis proposes an improved many-objective evolutionary algorithm that integrates elite inheritance, adaptive interval search, and memory-based backtracking restart strategies. The proposed approach significantly enhances the robustness and solving efficiency in handling multiple tasks, including end-effector pose accuracy, joint motion continuity, and obstacle avoidance. Furthermore, simulation experiments conducted on multiple manipulator platforms with diverse motion trajectories demonstrate that the proposed algorithm outperforms state-of-the-art methods in multi-task balancing.

(2) To address the challenge of achieving high-precision pose solving while cooperatively optimizing multiple tasks, this thesis proposes a collaborative solving algorithm based on a semi-analytical framework with full-joint encoding. The algorithm adopts a dual-thread parallel architecture, enabling dynamic interaction of elite individuals.

For redundant manipulators capable of applying parametric joint methods, it maintains multi-task balancing efficiency while achieving high-precision tracking. Furthermore, this thesis constructs a universal pathwise inverse kinematics solving framework capable of accommodating the inverse kinematic requirements of various types of manipulators.

(3) To address issues in existing simulation platforms such as complex file dependencies, high module coupling, and poor customizability, this thesis develops a lightweight, multifunctional integrated simulation platform based on the ROS system. The platform incorporates core functionalities including: customizable modeling of redundant manipulators with arbitrary configurations, personalized motion trajectory design, automatic derivation of forward kinematics equations, algorithm simulation implementation, and performance evaluation. This provides a reliable simulation validation platform for research on universal pathwise inverse kinematics frameworks.

Keywords: Redundant manipulator; Pathwise inverse kinematics; Multi-task planning; Multi-objective optimization

Classification: TP242.2

目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 传统逆运动学.....	3
1.2.2 路径逆运动学.....	5
1.2.3 现状分析.....	7
1.3 研究内容和文章结构安排.....	7
1.3.1 研究内容.....	7
1.3.2 文章结构安排.....	9
第 2 章 冗余机械臂的多任务路径逆运动学建模.....	11
2.1 冗余机械臂介绍.....	11
2.1.1 冗余自由度和冗余机械臂.....	11
2.1.2 实验用冗余机械臂.....	12
2.2 运动学问题描述.....	14
2.2.1 D-H 参数法与正运动学.....	14
2.2.2 逆运动学.....	17
2.3 面向多任务的路径逆运动学.....	17
2.3.1 路径逆运动学建模.....	17
2.3.2 路径逆运动学算法要求.....	18
2.4 本章小结.....	19
第 3 章 基于改进超多目标进化的路径逆运动学求解算法.....	20
3.1 路径逆运动学任务库与优先级框架.....	20
3.1.1 常见任务及其适应度函数.....	20
3.1.2 任务优先级框架.....	24
3.2 MoeIK.....	25
3.2.1 MoeIK 算法总体框图.....	25
3.2.2 MoeIK 算法实现过程.....	27
3.3 算法对比实验.....	32
3.3.1 实验设置.....	32
3.3.2 实验结果与分析.....	33

3.4 本章小结	40
第 4 章 基于半解析和全关节编码融合的路径逆运动学求解算法	41
4.1 关于半解析框架和全关节编码算法的分析	41
4.1.1 半解析框架分析	41
4.1.2 全关节编码算法分析	43
4.2 FusionIK	44
4.2.1 FusionIK 算法介绍	44
4.2.2 FusionIK 算法性能验证	48
4.3 机械臂路径逆运动学基础通用求解框架	52
4.4 本章小结	53
第 5 章 基于 ROS 的多功能冗余机械臂运动仿真系统搭建	54
5.1 ROS 机器人操作系统	54
5.1.1 系统架构与核心	54
5.1.2 主要工具	55
5.2 多功能冗余机械臂运动仿真系统	56
5.2.1 整体系统功能介绍	56
5.2.2 生成机械臂	57
5.2.3 正运动学	58
5.2.4 轨迹生成	60
5.2.5 环境配置	61
5.2.6 算法配置	62
5.2.7 运行与评价	64
5.3 本章小结	65
第 6 章 总结与展望	66
6.1 论文总结	66
6.2 研究展望	67
参考文献	68
攻读硕士期间主要成果	74
致谢	75

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

近年来，人工智能、大数据和传感器技术的突破性发展为机器人领域带来了革命性进展，各种各样的机器人得以应用于多种领域如复杂工业场景^{[1][2]}、人机交互^{[3][4]}、航空航天^[5]、服务业^{[6][7]}等。如图 1-1 所示，在餐饮服务行业，咖啡机器人通过全自动研磨系统和智能配送技术显著提升了服务标准化水平；喂饭机器人则整合计算机视觉与柔性控制算法，实现了精准的就餐辅助功能。医疗健康领域，手术机器人凭借亚毫米级运动控制和实时三维成像系统，正在推动微创手术向更高精度方向发展^[8]；工业制造领域，管道焊接机器人^[9]采用自适应运动规划和多传感器融合技术，有效解决了复杂工况下的自动化焊接难题。这些典型应用不仅证实了服务机器人技术在实际场景中的工程可行性，更展现了其在提升作业效率、保障操作安全以及优化服务流程等方面的显著优势。

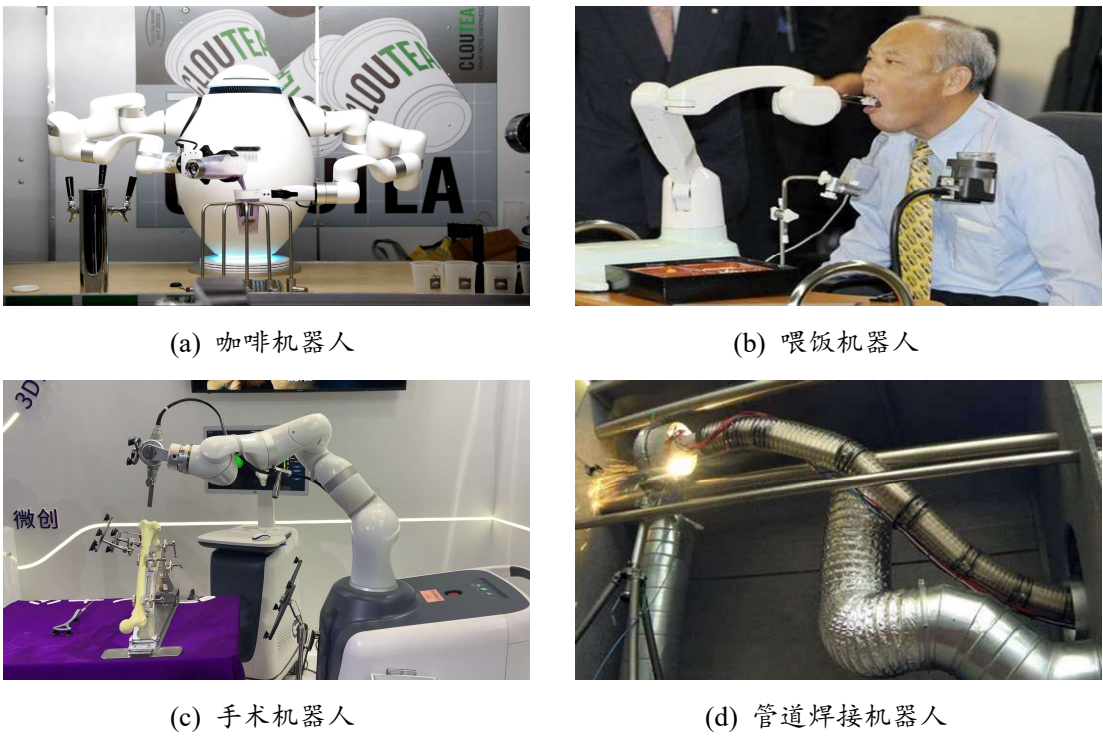


图 1-1 服务机器人的具体应用场景

然而，服务机器人距离大规模智能化应用还存在一定困难，运动规划便是其中一个关键问题。例如，当一个手术机器人为一位患者进行微创手术时，机器人需要实现实时运动学解算来满足多个任务需求，包括机器人的执行器要精准而稳定地接近患者的病灶区域，避免触碰任何重要组织和血管，连续更新手术器械的

位置和朝向并且确保操作过程中的力度和精度符合手术要求等。在这样一个问题中，机器人的运动需要同时满足求解的快速性、末端的准确性、机体的安全性和关节运动的稳定性。

传统六自由度机械臂由于其自身自由度限制，仅能保证末端位姿的准确求解，无法应对多任务需求。而冗余机械臂由于冗余特性（机器臂自由度 N 大于任务空间所需自由度 M ），使得其可以在保证末端精度的前提下实现避开奇异点、避开障碍物和提升可操作性等运动性能的优化，可以满足多任务需求，因此被大量应用于服务机器人场景中。

然而，传统的冗余机械臂逆运动学解算方法仍停留在快速求解末端位姿上，并没有妥善利用其灵活性去进行多任务规划。直到近几年，路径逆运动学问题 (Pathwise Inverse Kinematics, PIK) 被提出，即如何使得机械臂末端执行器在跟随指定轨迹的同时保证机械臂运动的安全性和连续性^{[10][11]}，人们才开始关注多任务下冗余机械臂的运动学解算。但是这一问题并不简单，对于指定末端轨迹，机械臂关节空间可能并不存在连续的关节运动配置^[12]。即使该结果存在，算法也很难在有限的时间内在巨大的搜索空间内找到合适的解^[13]。因此，目前路径逆运动学算法大多为离线算法，需要在已知完整轨迹的基础上进行求解，运算时间较长，难以满足实时性要求，并且即使是在线算法，也无法保证多任务规划效果或者难以具备通用性。

因此，本文以冗余机械臂为研究对象，重点研究实时在线的通用路径逆运动学算法，旨在解决复杂动态场景下多任务规划的运动学问题。首先，通过分析机械臂运动学特性及典型应用场景需求，系统性地构建包含多种约束和优化目标的适应度函数任务库；其次，基于自适应优先级框架对任务进行分类和分层处理，并建模为多约束多目标优化问题；针对该问题高维、非凸、强非线性特征，使用多目标进化算法进行全局最优解搜索。并且，在此基础上，通过创新性引入精英继承策略、自适应区间搜索和记忆回溯重启算子等优化技术对算法进行加速，显著提升了算法的求解效率和收敛性能，最终实现了一种新型的基于全关节编码的路径逆运动学算法。

为进一步提高效率，本文提出了一种融合全关节编码与半解析框架的混合求解算法，该算法通过多线程并行和优秀个体交互实现了两种方法的优势互补。基于此，本文提出了冗余机械臂通用路径逆运动学基础求解框架。最终，为了验证框架的灵活性和通用性，本文开发了支持自定义机械臂构型和实验场景的多功能运动仿真系统，通过系统的实验验证，证明了该框架在求解精度、计算效率和鲁棒性等方面的优越性能。

1.2 国内外研究现状

冗余机械臂的逆运动学可分为传统逆运动学和路径逆运动学两类。传统逆运动学主要研究如何快速求解精确的位姿解,而路径逆运动学则要求在实现高精度轨迹跟踪的同时,兼顾关节连续性、避障、避奇异等附加任务。具体分析如下:

1.2.1 传统逆运动学

传统的逆运动学方法通过求解目标轨迹上的离散位姿点对应的关节配置来实现机械臂运动控制,主要可分为解析法和数值法两类。对于串联机械臂,可根据其几何结构是否满足 **Pieper** 准则^[14]来判断是否适用解析法求解,该方法具有计算速度快、求解精度高的优势。然而,冗余机械臂由于自由度数目大于任务空间维度,其逆运动学解空间具有无穷多解的特性,导致解析法难以直接应用。因此,冗余机械臂通常采用数值求解方法^{[15][16]},主要包括基于几何迭代的方法、基于优化的方法、基于雅可比矩阵的方法以及基于数据驱动的方法等。

(1) 几何迭代法

几何迭代法主要包括几何解析法及循环坐标下降法 (Cyclic Coordinate Descent, CCD)^[17]、前向后向迭代逆运动学 (Forward And Backward Reaching Inverse Kinematics, FABRIK)^[18]等基于逐关节调整的算法。其中,几何解析法通过机械臂的几何构型直接建立末端执行器位姿与关节变量的映射关系,但其适用性局限于结构简单或经过特殊设计的机械臂构型。CCD 算法采用从末端执行器向基座依次调整各关节的策略,通过最小化末端位姿误差实现目标逼近。该算法具有计算效率高的优势,仅需基本的向量点乘和叉乘运算,因此在计算机图形学和机器人运动规划领域得到广泛应用^{[19][20]}。然而,CCD 算法在冗余机械臂应用中存在明显局限性,包括关节运动分布不均、大角度旋转导致的非平滑运动轨迹以及高精度任务下的 Z 字形抖动等问题。FABRIK 算法在 CCD 基础上引入了从基座到末端的反向调节过程,显著改善了关节运动的合理性和平滑性。

近年来,研究者对 FABRIK 算法进行了系列改进^{[21][22]}。Phillipe 等提出的 M-FABRIK 算法^[23]通过在前向阶段动态调整基座参考位置,实现了五自由度移动机械手的有效逆运动学求解。Matheus 等发展的 FABRIK-R 算法^[24]采用数学形式化约束方法,将关节运动约束投影至满足前驱关节限制的平面内,使其能够适配旋转关节和铰链关节等复杂构型,并通过引导关节朝向后续关节方向移动来提升求解效率。然而,这些改进算法仍存在固有局限,包括多约束条件下的适应性不足以及复杂机械臂构型的应用受限等问题,导致其在实际工程应用中仍面临挑战。

(2) 基于雅可比矩阵的方法

基于雅可比矩阵的逆运动学求解方法通过建立末端执行器速度与关节速度

之间的线性映射关系实现任务空间到关节空间的转换。如图 1-2 所示，该类算法首先在机械臂初始姿态附近计算当前位姿与目标位姿的偏差，随后利用雅可比矩阵建立末端执行器在笛卡尔空间与关节空间的运动映射关系。虽然雅可比矩阵仅能描述瞬时速度的对应关系，但通过迭代优化过程，可逐步减小末端执行器的位姿误差。

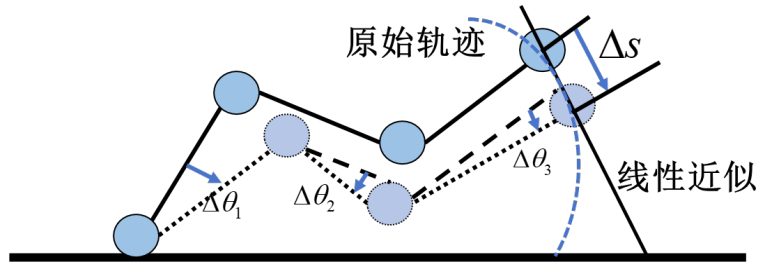


图 1-2 基于雅可比矩阵的逆运动学方法

然而，对于冗余机械臂 ($n > m$)，雅可比矩阵存在列不满秩的情况，导致常规求逆方法失效。针对这一问题，Buss 等人^[25]提出了基于伪逆矩阵的求解方法，并引入零空间优化技术以规避关节奇异点和极限位置。之后，王腾等人^[26]借助增广雅可比矩阵完成逆运动学求解，通过对矩阵增广部分进行分解并分开计算，从而降低运算复杂度。然而，这些方法仍存在显著局限：在关节极限附近容易陷入局部极值，导致求解失败或无法获得最优解。Trac-IK 算法^[27]通过引入随机重启机制在陷入局部极值时进行重启，且加入并行序列二次规划 (Sequential Quadratic Programming, SQP) 策略有效提升了求解成功率。但该算法仍存在两个关键缺陷：1) 当目标位姿与初始关节构型差异较大时，机械臂需进行大幅度调整；2) 在关节极限或奇异位置附近时，运动轨迹可能出现紊乱现象。

(3) 基于优化的方法

针对冗余机械臂逆运动学问题的高维性、非凸性和强非线性特征，部分学者采用优化建模方法，利用进化计算技术进行全局最优解搜索^[28-30]。这类方法将逆运动学问题转化为多约束优化问题，通过进化算法实现高效求解，其主要优势体现在三个方面：1) 能够有效处理 NP-Hard 问题；2) 实现简单便于工程使用；3) 可灵活整合多种约束条件和优化目标，特别适用于多任务规划场景。在具体实现上，这类方法通常采用全关节空间编码策略，通过种群过滤机制处理关节运动范围限制、避障等硬约束，同时将位姿精度、关节连续性等要求作为优化目标进行进化迭代。代表性研究包括：Falconi 等^[31]基于粒子群优化 (Particle Swarm Optimization, PSO) 算法实现了七自由度机械臂的逆运动学求解；李晨等应用差分进化算法解决了农业机器人冗余机械臂的控制问题^[32]；Starke 团队提出的

BioIK 算法采用模因进化框架^{[33][34]}, 将问题转化为带非线性约束的单目标优化问题, 通过加权组合多个子任务, 并创新性地结合文化基因算法的全局搜索能力和 L-BFGS-B 梯度下降法的局部优化特性, 为各类机器人系统提供了可行的解决方案。

然而, 尽管进化计算方法在冗余机械臂逆运动学求解中展现出诸多优势, 现有研究仍存在三个关键性局限: 首先, 计算复杂度问题突出, 求解时间随机械臂自由度增加呈指数级增长, 严重制约了算法在实时控制场景中的应用; 其次, 算法稳定性不足, 由于随机搜索机制的内在特性, 求解结果存在显著波动, 难以保证稳定的控制性能; 最后, 任务协调机制存在缺陷, 采用简单的加权求和方式整合多个优化目标, 无法实现复杂场景下多任务间的动态合理分配, 导致系统整体性能下降。这些局限性共同限制了现有方法在工程实践中的推广应用。

(4) 其他方法

在冗余机械臂逆运动学求解领域, 除了主流方法外, 参数化关节法和臂型角法也展现了独特优势。参数化关节法最早由 Lee^[35]提出, 通过将关节空间划分为参数化与非参数化两个子空间, 并采用梯度下降搜索实现解优化。不过该方法因缺乏系统的关节选择准则且物理意义不明确, 应用受到限制。为此, 王清锋提出改进方案, 通过实时分析不同参数化方案对应的解流形特性来动态优化选择策略, 成功应用于八自由度隧道喷浆机器人, 显著提升了求解效率^[36]。另一种臂型角法^[37-39]则着眼于机械臂的几何特征, 选取特定关节作为参数化基准, 将复杂系统分解为若干子机械臂分别求解。徐文福团队将该方法创新性地应用在 SSRMS 太空机械臂^[40], 有效解决了七自由度系统的逆运动学问题。但需要特别注意的是, 该方法对参数化关节的取值非常敏感, 不当选择可能导致求解失败, 同时参数区间设置也会显著影响收敛效率, 这使得建立科学的参数化关节选择机制成为该方法工程应用的关键所在。这些方法各具特色, 为冗余机械臂逆运动学问题提供了多样化的解决思路。

1.2.2 路径逆运动学

路径逆运动学作为传统逆运动学的扩展方法, 通过充分利用机械臂的冗余特性, 在实现高精度位姿控制的同时, 能够有效协调多种附加任务需求。该方法不仅继承了传统逆运动学的核心功能, 更进一步整合了关节运动连续性维护、奇异位形规避以及动态避障等关键性能要求。从实现方法来看, 路径逆运动学主要分为基于解析推导的半解析方法^[41]和面向多任务的数值方法两大类; 而从计算时效性角度, 则可区分为实时性要求严格的在线算法和注重全局优化的离线算法。

(1) 半解析方法

半解析方法通过融合参数化关节法、解析法和优化算法的优势,形成了一套高效的路径逆运动学求解框架。该方法首先在线确定最优参数化关节方案并确定其具体数值,实现对关节空间的智能降维;随后利用解析表达式快速求解剩余关节配置,在保证计算效率的同时完成精确位姿解算;最后借助进化算法在参数化关节空间内进行多目标优化搜索,充分发挥冗余机械臂的无穷解特性。吴迪团队提出的 ISGABT^[42]和 TIK^[43]算法是该方法的典型代表,其创新性地将 NSGA-II^[44]算法引入参数化关节空间优化,有效解决了关节连续性和关节极限规避问题。通过集成轨迹信息驱动的种群迁移算子和区间搜索算子,算法搜索效率得到显著提升,在八自由度喷浆机械臂上的实验验证了其相对于主流前沿算法的性能优势。

然而,半解析方法存在三个固有局限:其一,适用性受限于机械臂构型,必须具备满足 Pieper 准则的关节构型才能建立解析表达式,这大大限制了其应用范围;其二,实现过程复杂,需要针对不同机型手动推导解析表达式,缺乏通用性;其三,仅适用于精确位姿求解场景,当遇到关节越限或动态障碍物导致轨迹点不可达时,算法将失效。这些缺陷使得该方法在复杂动态环境中的应用面临挑战。

(2) 面向多任务求解的数值方法

面向多任务求解的数值法主要以基于雅可比矩阵的方法和基于优化的方法为基础,但是在求解过程中明显加入了对于路径任务的探索。

Rakita 团队在该领域做出了系列创新性工作:其提出的 RelaxedIK 算法^[45]将路径逆运动学问题构建为多目标加权和约束优化问题,创新性地采用高斯函数实现各目标的归一化处理,通过梯度下降法高效获得平滑连续的求解结果。为进一步解决避障需求,后续开发的 CollisionIK 算法^[46]通过点云化建模和凸包计算实现精确碰撞检测,并将避障任务纳入统一的优化框架。针对计算效率问题,算法采用智能剪枝策略显著提升了实时性。2023 年提出的 RangedIK 算法^[47]则构建了更完善的三级任务分层框架,通过差异化的高斯函数处理不同优先级任务,最终形成从任务分类、归一化到优化求解的完整技术路线,为复杂场景下的路径逆运动学问题提供了系统解决方案,该算法具体可见图 1-3。尽管这些算法通过创新的权重分配机制改进了传统加权方法的不足,但其本质上仍属于单目标局部优化范畴,在权重分配效果和全局最优性方面存在固有局限:一方面难以精确实现预设的权重分配策略,另一方面容易陷入局部最优解,这些问题在高度复杂的任务场景中表现得尤为明显。

除此之外,人们还提出了一些离线算法完成路径逆运动学的求取,这通常通过与轨迹规划方法的结合。Rakita 等人提出了 Stampede 算法^[13],将路径逆运动学问题转化为离散空间的图搜索问题,通过非线性优化求解图中的节点,并利用动态规划算法高效计算最优路径;该算法采用多样性采样和自适应采样等技术构

建搜索空间，能够在高精度跟踪末端轨迹的同时，生成平滑、可行且无碰撞的机械臂运动轨迹，相较于逐帧逆运动学求解器即传统逆运动学算法和全局非线性轨迹优化方法，表现出显著优势。TORM 方法^[10]通过将基于雅可比矩阵的逆运动学求解方法与优化运动规划相结合，以两阶段梯度下降优化轨迹，减少不同属性更新时的潜在冲突，并通过局部更新迭代探索候选轨迹以避免陷入局部最优，从而在包含外部障碍和无障碍场景中，渐进式地最小化位姿误差并满足平滑性、无碰撞等多种期望特性。特别的，随后 Mincheul 提出了 RCIK^[11]，展示了一种新颖的碰撞成本预测网络（Collision Cost Prediction Network，CCPN），利用传感器数据实时更新的占据栅格估计碰撞成本，极大的提升了机械臂在进行避障时的运算效率。不过，以上方法主要用于离线确定轨迹下路径逆运动学求解，无法进行实时在线的规划。

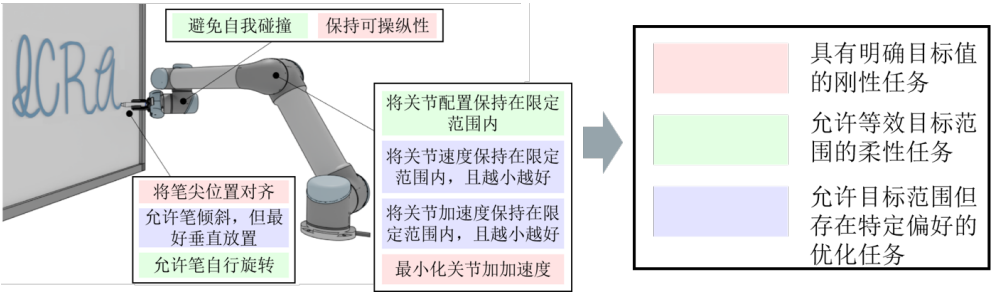


图 1-3 面向多任务分类的 RangedIK 算法

1.2.3 现状分析

现有冗余机械臂逆运动学算法在实际应用中仍存在显著局限性。传统方法（如 Trac-IK、BioIK 等）主要面向单点位姿求解，虽能整合多任务约束，但在连续轨迹跟踪时易陷入局部极值，导致运动不连续等问题，难以满足复杂场景的严苛要求。当前路径逆运动学算法（以 RangedIK 为代表）虽建立了系统化的任务分类框架，但由于核心求解仍依赖局部优化算法，无法充分实现多任务协同优化，实际性能受限。离线算法（如 Stampede、TORM 等）虽在轨迹规划质量上表现优异，却因计算复杂度高而难以满足实时性需求。半解析方法（如吴迪团队提出的方案^{[42][43]}）虽已在八自由度隧道喷浆机等特定场景成功应用，但其强依赖精确解析解的特性导致通用性不足。这些方法各具优势，但在处理动态复杂环境的实时多任务规划需求时，均存在不同程度的适用性瓶颈。

1.3 研究内容和文章结构安排

1.3.1 研究内容

本研究致力于构建一个面向多任务的通用型冗余机械臂路径逆运动学实时

求解框架。该框架具有以下核心特征：1) 实时在线求解能力，可满足动态环境下的快速响应需求；2) 多任务协同优化能力，能够同时处理精确位姿跟踪、关节运动连续性优化及动态避障等关键任务；3) 参数可配置性，支持根据实际应用场景灵活调整优化目标和约束条件。为验证框架的有效性，本研究将配套开发一套专用的路径逆运动学仿真系统，该系统具备三大功能模块：机械臂构型自定义模块、环境信息导入模块和任务配置求解模块，支持用户快速构建实验场景并进行算法验证。

面对实际生活和工业场景等应用下的多任务需求，如使用管道检测蛇形机器人进行故障检测和探索时，需要机器人实时高精度跟踪指定轨迹，并且避开行进过程的障碍物，保持关节连续不发生大范围的偏移从而减小能量损耗，同时必须满足关节配置在指定运动范围和避开奇异性等。将这些实际任务需求转换为机械臂对应的运动学约束和目标，然后进行建模。针对现有方法无法解决该类问题，本文将探究一种通用的求解框架，优势主要体现在以下几个方面：首先，在目标位姿可达时，能够高效求解出对应的有效关节配置，并确保较高的成功率，这体现了其可行性；其次，所得解需满足末端执行器的精度要求，这反映了算法的准确性；此外，算法还需在有限时间内找到既可行又精确的解，这体现了其快速性；同时，关节运动的平滑性与自然性也是算法连续性的重要体现；在机械结构发生变化时，算法仍能保持上述性能的稳定性的稳定性，这体现了其自适应性和通用性；最后，算法能够轻松加入新的目标与约束条件，并且能够根据需要进行约束和目标之间的相互转换和目标与目标之间的优先级调整，这体现了其灵活性。

本文核心主题是提出一种新的基于改进超多目标进化的冗余机械臂路径逆运动学求解算法，并基于此构建一种通用的路径逆运动学基础求解框架，同时开发基于 ROS 的多功能冗余机械臂运动仿真系统。首先，本文从冗余机械臂的基本概念入手，介绍冗余自由度及实验用冗余机械臂，并通过 D-H 参数化建模描述正、逆运动学问题，进而引入路径逆运动学的具体概念及其建模方法。其次，针对多任务规划需求，提出一种面向多任务的路径逆运动学建模方法，将其转化为多约束多目标优化问题，并设计 MoeIK 算法，结合 ϵ -NSGAI-SDE 优化目标与约束处理，引入精英继承、自适应区间搜索和记忆回溯重启等策略，提升算法性能。随后，通过对比实验验证 MoeIK 算法在写字机器人、喷浆机器人和蛇形机器人等场景中的优越性。进一步，本文提出一种基于半解析和全关节编码融合的 FusionIK 算法，分析其核心思想及优缺点，并设计通用冗余机械臂路径逆运动学基础求解框架。最后，基于 ROS 搭建多功能冗余机械臂运动仿真系统，支持自定义机器人、轨迹生成、实验场景设置及算法参数配置，并通过生成九自由度冗余机器人及运行实验验证系统的有效性。本文所提方法及框架具有广泛的

科研与应用价值，可推广至工程机械、小型机械臂及全身机器人等领域。

1.3.2 文章结构安排

本文主要结构安排如图 1-4 所示，具体阐述如下：

第一章：绪论。首先阐述冗余机械臂路径逆运动学问题的研究背景与意义，分析其与传统逆运动学问题的区别与联系；随后对传统逆运动学和现有路径逆运动学方法进行综述，总结其优势与不足，进而引出本文的研究目标与创新点。

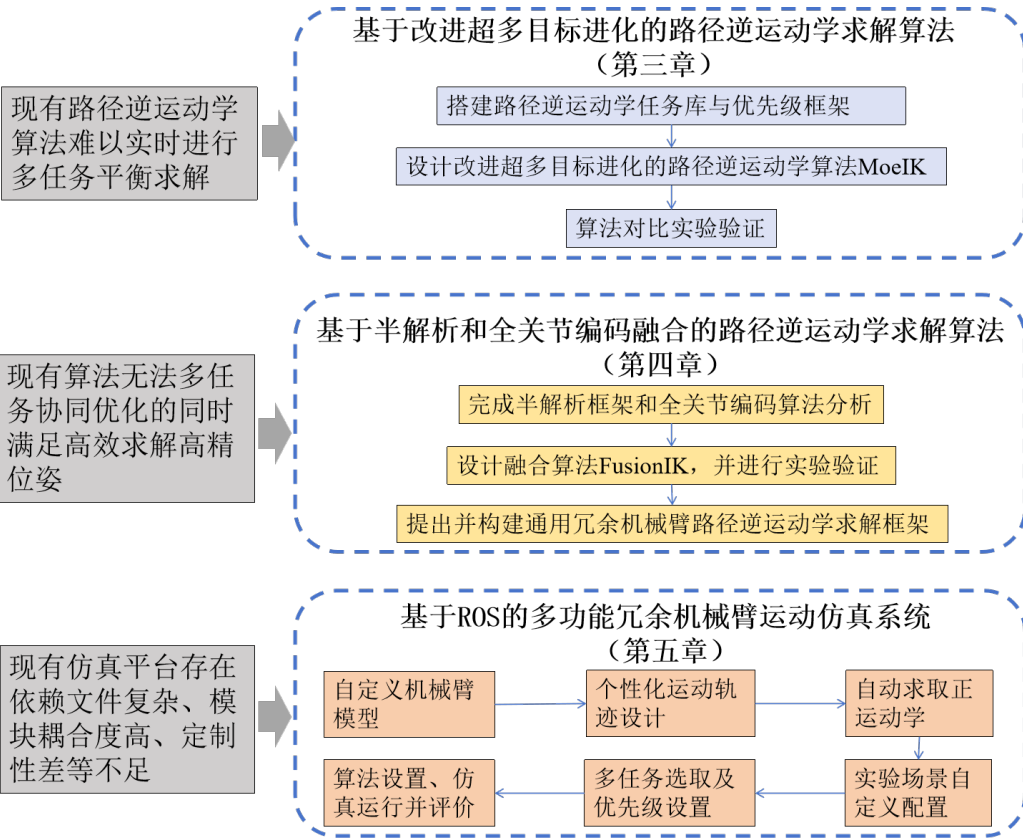
第二章：面向多任务的冗余机械臂路径逆运动学建模。首先介绍冗余自由度的概念及冗余机械臂的特点，并详细描述实验用冗余机械臂的结构与特性；随后基于 D-H 参数化方法建立正运动学模型，并分析逆运动学问题的复杂性；最后引入路径逆运动学的概念，阐述其建模方法及算法性能要求。

第三章：基于改进超多目标进化的路径逆运动学求解算法。针对多任务需求，将其建模为多约束多目标优化问题后，提出一种改进的超多目标进化算法进行求解。首先，针对冗余机械臂在复杂任务场景中的需求，建立适应度函数库，涵盖末端位姿精度、关节连续性、避障、避关节极限等多个优化目标。每个目标通过数学建模转化为适应度函数，例如末端精度通过末端执行器位姿误差衡量，关节连续性通过关节角变化率约束，避障通过机械臂与障碍物之间最小距离建模，避关节极限则通过关节角度范围限制。为快速高效处理避障，本文使用 QuickHull 和 GJK 算法求解障碍间距离，并使用剪枝策略优化，通过可行性原则处理避障约束和目标，完成求解。在此基础上，设计 MoeIK 算法，该算法通过精英继承策略保留每一代中的优质解，确保算法的收敛性；通过自适应区间搜索策略动态调整搜索范围，提升局部搜索效率；通过记忆回溯重启增强全局搜索能力。为验证 MoeIK 算法的有效性，本章设计了多组对比实验，涵盖写字机器人、喷浆机器人和蛇形机器人等场景。实验结果表明，MoeIK 算法在任务精度、避障效果、关节连续性等方面均优于前沿方法（如 Trac-IK、BioIK 和 RelaxedIK），尤其在复杂环境中表现出更强的鲁棒性和实时性。

第四章：基于半解析和全关节编码融合的路径逆运动学求解算法。首先分析半解析框架与全关节编码算法 MoeIK 的核心思想及优缺点。半解析框架通过参数化关节法划分关节空间并利用解析方式求解部分关节角度，具有计算效率高的优点，但对参数化关节选择敏感且应用范围有限；全关节编码算法直接优化所有关节角度，通用性强，但计算复杂度较高。为结合优势，提出一种基于半解析框架和全关节编码算法融合的 FusionIK 算法。该算法通过并行执行两者并在运行过程挑选优秀个体进行互相指导，从而完成求解。基于以上完成通用冗余机械臂路径逆运动学基础求解框架的设计，以增强适用性与扩展性。

第五章：基于 ROS 的多功能冗余机械臂运动仿真系统搭建。首先介绍 ROS 机器人操作系统的架构及开发工具 MoveIt、Rviz 等；随后使用 Qt Designer 完成系统界面设计，并划分为四大功能模块，支持自定义机器人模型生成、发布、个性化轨迹生成、实验场景设置及算法参数配置；最后通过生成九自由度冗余机器人及仿真运动实验验证系统的有效性。

第六章：总结与展望。总结全文的研究内容与创新点，分析所提方法在冗余机器人运动规划领域的应用前景，并指出当前研究的不足与未来改进方向。



第 2 章 冗余机械臂的多任务路径逆运动学建模

本章主要完成冗余机械臂多任务下路径逆运动学问题的建模工作。首先，将介绍冗余度的基本概念以及冗余机械臂的定义和优势，并详细说明实验所使用的三种冗余机器人平台：七自由度 Panda 机械臂、八自由度隧道喷浆 KC30 机械臂和十二自由度超冗余机械臂。其次，基于 D-H 参数法建立运动学模型，并由此展开正运动学和逆运动学的基础理论分析。最后，重点讨论面向多任务的路径逆运动学建模方法及其算法实现要求。

2.1 冗余机械臂介绍

2.1.1 冗余自由度和冗余机械臂

在引入冗余自由度与冗余机器人的概念之前，需先明确机器人运动学的相关基本概念，如关节空间、关节配置、任务空间和工作空间等。

机械臂的关节空间描述了机械臂所有关节的运动范围，其维度 n 对应于关节的数量，即机械臂的自由度，通常表示为 $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T \in R^n$ 。关节配置指的是机械臂在某一时刻的关节位置或角度集合，不同的关节配置可能对应于工作空间中相同或不同的末端执行器位姿。

机械臂的任务空间 R^m 表示完成任务所需的运动范围，其维度 m 由任务所需的自由度决定。在某些任务中，部分自由度可能因任务需求或约束条件而保持固定。虽然末端位姿通常需要六维数据进行描述，但在特定任务中，某些自由度可能不发生变化。例如，在直线焊接任务中，机械臂末端只需沿直线移动，而旋转自由度可以保持不变。

机械臂的工作空间是指其末端执行器能够达到的所有位姿的集合，范围由机械臂的几何结构和关节运动限制决定。在机器人学中，通常使用齐次变换矩阵 $X \in SE(3)$ 来描述工作空间中的特定位姿。此外，也可以用笛卡尔坐标系中的六维数据 $\hat{X} = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$ 来表示末端位姿，其中 $[x, y, z]^T$ 表示末端位置， $[\alpha, \beta, \gamma]^T$ 表示末端姿态。

确定机械臂工作空间时，常用蒙特卡洛法，此方法借助随机生成众多关节角度组合，再计算相应的末端位姿，以此近似勾勒出工作空间的边界。其具体步骤有：随机采样关节角度，接着计算末端位姿，然后剔除不可达点，最后借助可视化工具生成工作空间的三维模型，蒙特卡洛法简便且高效，适用于复杂机械臂的工作空间分析，具体情况可见图 2-1。

机械臂的运动学冗余通常指其自由度数量 n 超过完成任务所需的自由度数

量。当任务需要末端在任意方向运动（即 $m=6$ ）时，机械臂的自由度需大于 6 才能形成冗余，这类机械臂称为冗余机械臂。然而，当任务空间维度低于 6 时，即使非冗余机械臂（自由度不超过 6）也可能产生冗余。例如，使用 5 轴机械臂进行平面绘图时，任务仅需 2 维移动自由度，此时机械臂中存在 3 维自由度冗余。

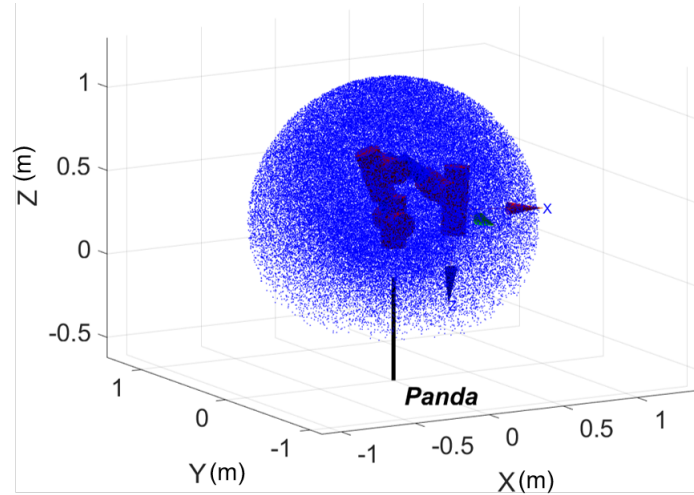


图 2-1 Panda 机械臂工作空间

2.1.2 实验用冗余机械臂

在阐述冗余自由度和冗余机械臂的基本概念后，本节将介绍以下几款用于仿真实验的机械臂：Panda 七自由度机械臂、KC30 八自由度隧道喷浆机械臂以及十二自由度超冗余机械臂。后续的实验研究也将基于这些机械臂展开。

(1) Panda 七自由度机械臂

Panda 机械臂是 Franka Emika 公司所研发的一款有高性能的协作机器人，它拥有七个自由度，相较于传统的六自由度机械臂，有更高的灵活性与冗余性。凭借这种冗余性，Panda 机械臂可在复杂环境里执行更为多样的任务，像精密装配、医疗手术辅助以及人机协作操作等，在实际应用中获得了大量使用。从图 2-2 可看出，该机械臂的七个关节均为旋转关节，末端执行器可以为夹爪，也可是其他类型，本文仅针对此机械臂法兰坐标系开展运动学规划。

(2) KC30 八自由度隧道喷浆机械臂

KC30^[42]型混凝土喷浆机在铁路、公路隧道、边坡以及涵洞等各类地下工程里有着广泛的运用。该设备整体重量总计达到 17 吨，其机械臂借助液压方式驱动，基座固定在车体之上，机械臂末端的喷嘴最大伸展长度可达到 12.5 米，在进行作业时需要依靠四个支撑柱来稳定车身，以此保证基座处于固定状态不会移动。机械臂由八个关节构成，其中六个属于旋转关节，可保证末端执行器在笛卡尔空间里的任意位姿都可以实现可达性，另外两个是移动关节，其作用是扩展工

作空间并且提升作业效率,不过扩展后的工作空间也使得任务执行时的运动范围有所增加,提高了关节运动规划的复杂程度,具体情况如图 2-3 所示。

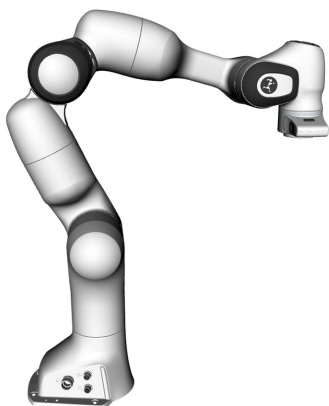


图 2-2 Panda 七自由度机械臂



图 2-3 KC30 八自由度隧道喷浆机械臂

(3) 十二自由度超冗余机械臂

该机械臂参考自文献^[48],建模如图 2-4 所示。其由空间细胞机器人自重构得到,共有十二个关节,由十一个摆转细胞和一个末端抓取细胞组成,每个关节均为旋转关节,一般被视作蛇形机器人广泛用于管道探索、灾害场景救援等。超冗余机械臂的自由度远超任务空间维度,其高度扩展的解空间使得路径逆运动学求解更加困难和复杂。

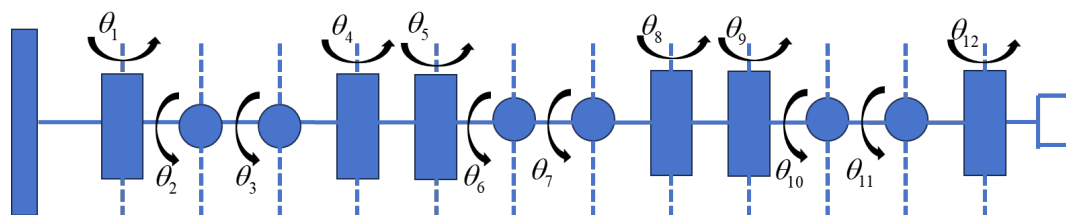


图 2-4 十二自由度超冗余机械臂

2.2 运动学问题描述

在完成对冗余机械臂基本概念及实验平台的介绍后,本节将系统性地开展运动学建模与分析研究。具体而言,首先基于 Denavit-Hartenberg (D-H) 参数法建立机械臂的规范化运动学模型,随后分别针对正运动学和逆运动学问题进行理论推导与求解方法研究。

2.2.1 D-H 参数法与正运动学

D-H 参数法作为机器人运动学建模的基础理论,由 Denavit 和 Hartenberg 于 1955 年首次提出^[49],现已成为描述串联式机械臂运动学关系的标准方法。其通过建立系统化的连杆坐标系,并定义四个标准化几何参数,实现了对机械臂相邻连杆间位姿变换的规范化描述。几何参数为: θ_i (关节角度)、 d_i (连杆偏移)、 α_i (连杆扭转角)和 a_i (连杆长度),其中 i 表示关节序号。接下来将介绍三款实验用机械臂对应的 D-H 参数及其关节运动范围,并以 Panda 机械臂为例求取其正运动学解析表达式。

(1) Panda 机械臂关节信息及其 D-H 参数,如表 2-1、2-2 所示。其中,关节类型依据其运动自由度特性划分,包括旋转关节、固定关节和移动关节,轴向信息则描述了每个关节相对基坐标系的运动方向。

表 2-1 Panda 机械臂关节信息

关节序号	类型	轴向	关节运动范围
1	旋转关节	+Z	[-166°,166°]
2	旋转关节	+Y	[-101°,101°]
3	旋转关节	+Z	[-166°,166°]
4	旋转关节	+Y	[-176°,4°]
5	旋转关节	+Z	[-166°,166°]
6	旋转关节	+Y	[-1°,215°]
7	旋转关节	+Z	[-166°,166°]
8	固定关节	无	无

表 2-2 Panda 机械臂 D-H 参数

关节	$\theta_i(^{\circ})$	$d_i(m)$	$\alpha_i(^{\circ})$	$a_i(m)$
1	θ_1	0.333	0	0
2	θ_2	0	-90	0
3	θ_3	0.316	90	0
4	θ_4	0	90	0.0825
5	θ_5	0.384	-90	-0.0825
6	θ_6	0	90	0
7	θ_7	0	90	0.088
8	0	0.107	0	0

(2) KC30 机械臂关节信息及其 D-H 参数，如表 2-3、2-4 所示。

表 2-3 KC30 机械臂关节信息

关节序号	类型	轴向	关节运动范围
1	旋转关节	+ Z	$[-180^{\circ}, 90^{\circ}]$
2	旋转关节	+ Y	$[-25^{\circ}, 75^{\circ}]$
3	平移关节	+ X	$[0\text{mm}, 2000\text{mm}]$
4	旋转关节	+ Y	$[-25^{\circ}, 75^{\circ}]$
5	旋转关节	+ Z	$[-90^{\circ}, 90^{\circ}]$
6	平移关节	+ X	$[0\text{mm}, 2000\text{mm}]$
7	旋转关节	+ X	$[-180^{\circ}, 180^{\circ}]$
8	旋转关节	+ Z	$[0^{\circ}, 240^{\circ}]$

表 2-4 KC30 机械臂 D-H 参数

关节	$\theta_i(^{\circ})$	$d_i(m)$	$\alpha_i(^{\circ})$	$a_i(m)$
1	θ_1	0.77	90	0
2	θ_2	0	90	0.557
V1	0	2.67	0	0
3	0	$L_3 + 1.03$	-90	0
4	θ_4	0	90	0.485
V2	0	1.8	90	0
5	θ_5	1.425	-90	0
V3	0	0.016359	0	0
6	0	$L_6 + 2.6937$	0	0
7	θ_7	0.663	90	0
8	θ_8	1.138	90	0.464

(3) 十二自由度超冗余机械臂关节信息及其 D-H 参数，如表 2-5、2-6 所示。

表 2-5 十二自由度机械臂关节信息

关节序号	类型	轴向	关节运动范围
1	旋转关节	+ Z	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
2	旋转关节	+ X	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
3	旋转关节	+ X	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
4	旋转关节	+ Z	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
5	旋转关节	+ Z	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
6	旋转关节	+ X	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
7	旋转关节	+ X	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
8	旋转关节	+ Z	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
9	旋转关节	+ Z	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
10	旋转关节	+ X	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
11	旋转关节	+ X	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$
12	旋转关节	+ Z	$[-120^{\circ}, 120^{\circ}]$

表 2-6 十二自由度机械臂 D-H 参数

关节	$\theta_i(^{\circ})$	$d_i(m)$	$\alpha_i(^{\circ})$	$a_i(m)$
1	θ_1	0	90	0.2
2	θ_2	0	0	0.2
3	θ_3	0	-90	0.2
4	θ_4	0	0	0.2
5	θ_5	0	90	0.2
6	θ_6	0	0	0.2
7	θ_7	0	-90	0.2
8	θ_8	0	0	0.2
9	θ_9	0	90	0.2
10	θ_{10}	0	0	0.2
11	θ_{11}	0	-90	0.2
12	θ_{12}	0	0	0.2

接下来，以 Panda 机械臂为例，简要阐述正运动学的基本原理。正运动学是通过已知的关节变量（如关节角度或位移）来确定末端执行器在笛卡尔空间中的位置和姿态的过程。其核心在于利用机械臂的几何结构和运动学参数（如 D-H 参数）构建数学模型，并通过矩阵变换将关节空间映射到任务空间。表达式为如式(2-1)所示：

$$X = f_{kine}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \quad (2-1)$$

其中， $[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$ 表示 n 维关节空间， X 表示机械臂末端执行器基于基坐标系的齐次变换矩阵， f_{kine} 为正运动学推导公式，也可以表示为 n 个齐次矩阵连乘，具体如式(2-2)：

$$X = \prod_{i=1}^n T_{i-1}^i \quad (2-2)$$

每个齐次矩阵 T_{i-1}^i 为坐标系 i 到坐标系 $i-1$ 的变换，具体可表示为：

$$\begin{aligned}
 T_{i-1}^i &= \text{Rot}(Z_{i-1}, \theta_i) \times \text{Trans}(Z_{i-1}, d_i) \times \text{Trans}(X_i, a_i) \times \text{Rot}(X_i, \alpha_i) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-3)
 \end{aligned}$$

综上，结合机械臂 D-H 参数和齐次变换矩阵可以得到 Panda 机械臂的正运动学表达式，具体公式如下所示：

$$T_0^8 = T_0^1 T_1^2 T_2^3 T_3^4 T_4^5 T_5^6 T_6^7 T_7^8 \quad (2-4)$$

其中， T_{i-1}^i 具体如下：

$$\begin{aligned}
T_0^1 &= \begin{bmatrix} c1 & -s1 & 0 & 0 \\ s1 & c1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.333 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_1^2 = \begin{bmatrix} c2 & -s2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s2 & -c2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_2^3 = \begin{bmatrix} c3 & -s3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -0.316 \\ s3 & c3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
T_3^4 &= \begin{bmatrix} c4 & -s4 & 0 & 0.0825 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s4 & c4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_4^5 = \begin{bmatrix} c5 & -s5 & 0 & -0.0825 \\ 0 & 0 & 1 & 0.384 \\ -s5 & -c5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
T_5^6 &= \begin{bmatrix} c6 & -s6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s6 & c6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_6^7 = \begin{bmatrix} c7 & -s7 & 0 & 0.088 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s7 & c7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_7^8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.107 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2-5}$$

如此便完成了对于 Panda 机械臂正运动学的求解，以此类推，进行 KC30 和十二自由度超冗余机械臂的正运动学推导。

2.2.2 逆运动学

逆运动学是通过已知末端执行器在笛卡尔空间中的位置和姿态，求解机械臂各关节变量的过程。与正运动学相反，逆运动学是从任务空间映射到关节空间，通常用于控制机械臂末端执行器到达指定位置和姿态。具体如下：

$$\Theta = f_{kine}^{-1}(X) \tag{2-6}$$

其中， Θ 表示需要进行求解的关节变量， f_{kine}^{-1} 表示逆运动学函数， X 为目标位姿。这是传统逆运动学的求解表达式，从这里可以看出，传统逆运动学主要关注于快速完成到达指定位姿的关节配置求解。

2.3 面向多任务的路径逆运动学

不同于传统逆运动学，路径逆运动学旨在解决离散目标轨迹跟踪任务中末端执行器与期望位姿的快速精确匹配问题的同时，优化关节运动性能，如确保运动连续性、提升操作灵活性、规避障碍物以及避免奇异点等。同时，针对不同任务，路径逆运动学算法需具有灵活调整任务优先级的能力，比如当机械臂目标轨迹点存在障碍时，避障的优先级将提高，视为硬约束即必须要满足的任务，此时精确位姿解则退化为软约束，视为尽可能优化的目标。这也是路径逆运动学在实际应用中变得越来越重要的原因之一。

2.3.1 路径逆运动学建模

本节将针对多任务需求，对路径逆运动学问题进行数学建模，从而转换为可以进行求解的形式。其中，多任务意味着机械臂运动过程中需要满足的约束和目标，因此可以将该问题建模为一个多约束多目标优化问题，如下：

$$\begin{aligned} \min \quad & f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x) \\ \text{s.t.} \quad & g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \\ & h_k(x) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, q \\ & x \in X \end{aligned} \quad (2-7)$$

其中， $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$ 为同时优化的目标函数，包括末端执行器位姿匹配、关节运动连续性、关节极限回避和障碍物回避等。 $g_j(x)$ 表示不等式约束，包括关节运动约束、关节避障和外部避障等。 $h_k(x)$ 表示等式约束，包括正向运动学约束。 x 是决策变量向量，表示需要在可行域 X 内优化的关节配置。其中，不同任务优先级不同，体现在模型中即权重不同，不过具体处理将在下一章进行阐述。

2.3.2 路径逆运动学算法要求

上节详细阐述了路径逆运动学的定义及其数学模型，本节将重点讨论高性能路径逆运动学算法应满足的关键要求，主要包括实时性、精确性、有效性、连续性、通用性和灵活性：

(1) 实时性表示算法应当能够快速完成满足约束和目标的解的求取，通常需要在 100ms 以内；

(2) 精确性表示算法求解得到的关节配置需要满足一定的末端精度，主要包括了末端位置精度和姿态精度，其中，位置精度要求在 0.2mm 级别，姿态精度要求 0.2 度。常见于高精任务如焊接任务中；

(3) 有效性表示算法求解出的关节配置必须有效，不仅仅要求关节数值需要在机械臂关节运动范围内，还需要保证该关节配置可达，比如机械臂能够满足自避障和末端避障任务；

(4) 连续性表示路径逆运动学算法求解的是一系列连续轨迹点，这要求求解出的关节运动序列之间保持尽量小的距离，以减小能量损耗；

(5) 通用性表示路径逆运动学算法应当不仅仅只能适用于某几款机械臂，而是应当尽可能多的用于大部分冗余机械臂的求解，并且当几何构型发生改变时，不应作过多调整，就能完成之前的指标，具有快速收敛性和鲁棒性；

(6) 灵活性表示路径逆运动学算法应当能够灵活的完成对任务的添加和删除，自适应将任务分配为约束或者目标。并且能够根据实际需要进行约束和目标的转换以及目标与目标之间优先级的调整，从而应用于不同任务。

目前，大部分算法尚未能很好的同时满足以上六点要求，本文将在第三章推出一种新的基于全关节编码的路径逆运动学算法。之后，在第四章，通过与半解

析算法的结合，进一步提高其实时性和有效性，从而尽可能达成以上指标。

2.4 本章小结

本章系统性地研究了冗余机械臂的运动学建模问题：首先从冗余度和冗余机械臂的基本概念入手，阐明其在扩展工作空间和多任务规划方面的独特优势；随后详细介绍了实验采用的三种典型机械臂平台——七自由度 Panda 机械臂、八自由度 KC30 隧道喷浆机械臂，以及具备超冗余特性的十二自由度机械臂，并给出了各机械臂的关节信息和 D-H 参数；在此基础上，以 Panda 机械臂为例，推导了正运动学的解析表达式，同时阐述了逆运动学的基本原理；最后，针对路径逆运动学问题建立了严格的数学模型，并提出了求解算法需要满足的实时性、精确性和通用性等关键要求。

第3章 基于改进超多目标进化的路径逆运动学求解算法

在上一章介绍了冗余机械臂的基本概念，并详细描述了实验用机械臂平台。随后，以 Panda 七自由度机械臂为例，探讨了 D-H 参数法以及正、逆运动学，进一步明确了路径逆运动学的基本定义。在此基础上，完成了该问题的数学建模，构建了一个多目标多约束优化模型，并针对多任务需求提出了路径逆运动学求解算法应满足的六个关键指标。

本章节将基于这些指标构建一个基于全关节编码的新颖的路径逆运动学算法，该方法具有较强的多目标平衡性、快速的全局收敛性和自适应性，能够实时在线的完成通用冗余机械臂的求解。首先，基于实际应用需求和机械臂物理约束，总结归纳并确定适应度函数对各个任务进行量化评估，最终构建标准化任务库；随后建立优先级框架，将所有任务按照优先级划分为约束和优化目标，并对其进行分类、分层管理，为保证灵活性，确定其约束与目标之间、目标与目标之间调整原则，使得可以自适应调整；基于以上基础，提出了改进超多目标进化算法的路径逆运动学求解方法：MoeIK，该方法通过松弛支配、精英继承、自适应全关节区间搜索和记忆回溯重启等方法进行增强，显著提高算法的运行效率；最终，本文测试了多种前沿算法如 RelaxedIK、BioIK 和 Trac-IK 在多个冗余机械臂不同轨迹的实验，充分证明了本算法的优越性能。

3.1 路径逆运动学任务库与优先级框架

在上一章节，本文针对路径逆运动学问题进行建模，将其定义为基于全关节编码的多约束多目标优化问题。在本节，将确定其具体的约束和目标，这些将由具体的任务进行分类和分层确定，并且不同场景下会有所调整。因此，本文将先收集常见任务并规定其适应度函数，将其具象化，随后建立统一框架规范化分类和分层流程，确定路径逆运动学算法运行时具体的约束和目标，从而为后续算法执行提供方向。

3.1.1 常见任务及其适应度函数

冗余机械臂在进行路径逆运动学时的常见任务由实际应用场景和机械臂本身几何、运动特性提炼而出。比如机械臂本身的特性要求其满足关节运动在关节限制范围内，包括关节角度（移动）限制、关节速度和关节加速度限制，其几何特性要求其需要满足避奇异性等。因实际工作场景需要所产生的任务，如喂饭机器人喂饭过程，需要满足末端执行器位姿的精确性，这样才能准确控制饭勺的移动成功获得食物，这个过程保持机械臂关节运动连续使得食物不被洒出，同时需

要完成避障，不然发生碰撞也会导致食物的洒出。对于焊接任务也是如此，在焊接过程中，如果达不到高精度轨迹跟随，则焊缝无法完好的完成接合。

因此本节从机械臂本身特性限制和实际工作场景出发，提炼出运动学任务，并规范至统一的任务框架中，根据其数学特性划分为等式任务和不等式任务，如图 3-1 所示。

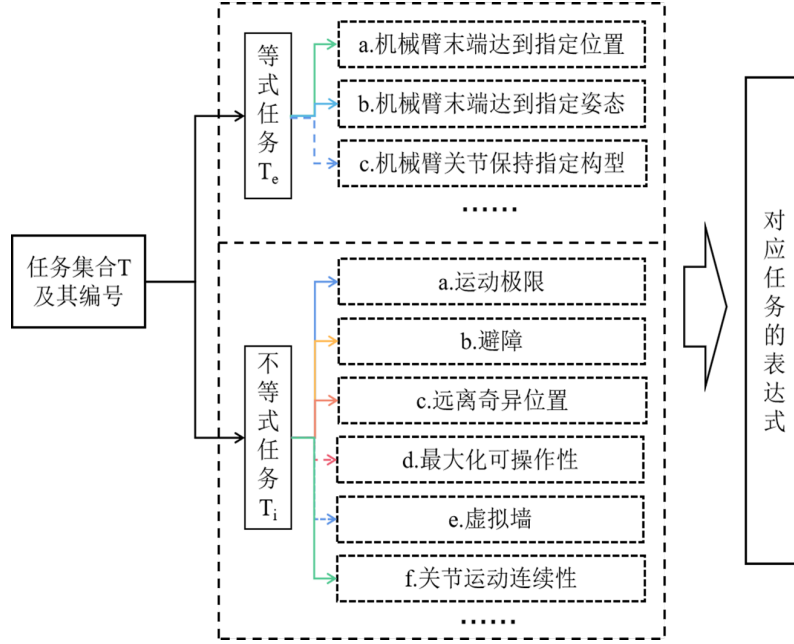


图 3-1 任务库的建立

(1) 等式类型任务：

指机械臂的关节需要达到具体的数值才能完成的任务，通常包括机械臂的末端达到指定位置和姿态、关节保持指定构型等。

机械臂的末端在笛卡尔空间达到指定位姿，是逆运动学的传统任务。如公式（2-1）所示，通过正运动学计算得到 X 后，将其视作为当前位姿，与目标位姿进行比较可将该任务转换为单边约束问题，如公式(3-1)和(3-2)所示。

$$P_{error} = \|P_R - P_E\| < \varepsilon_1 \quad (3-1)$$

$$O_{error} = \|O_R - O_E\| < \varepsilon_2 \quad (3-2)$$

其中， P_R 和 P_E 分别代表当前位置向量和期望位置向量， O_R 和 O_E 分别代表当前姿态矩阵和期望姿态矩阵。其中， P_R 和 O_R 由 X 转换得到， ε_1 和 ε_2 为非常小的数值，表示精度。

关节保持指定构型任务指当机械臂在完成某些任务时，机器人的臂杆需要保持在某一特殊的状态。比如末端与工作面始终保持垂直，大臂需要与地面保持平

行等。在设计函数时，可以仿照末端到达指定位姿适应度函数来设计，如式(3-3)所示。

$$\Theta_{error} = \|\Theta_R - \Theta_E\| < \varepsilon_3 \quad (3-3)$$

其中， Θ_R 和 Θ_E 分别代表实际和期望的机械臂构型空间向量， ε_3 同样表示精度。

(2) 不等式类型任务

指机械臂的关节变量只要处于某一范围内就完成的任务，比较常见的任务有：避障、保持关节运动范围、关节远离极限、保持关节运动连续性、避开奇异点等。

其中，远离运动极限是关节空间的任務。对于 n 自由度的机器人而言，每一个关节都有其运动限制，即

$$\Theta_{low} < \Theta < \Theta_{high} \quad (3-4)$$

Θ_{low} 和 Θ_{high} 表示关节运动最小值和最大值。通常希望关节处于安全位置时，适应度函数具有一个很小的数值，而当关节运动到离关节极限较近的位置时，函数值会迅速增大，为此设计关节远离极限适应度函数如下：

$$f_l(\Theta) = \xi \left(\frac{1}{1 + e^{\frac{\Theta - \Theta_{low}}{\delta_l}}} + \frac{1}{1 + e^{\frac{\Theta_{high} - \Theta_l}{\delta_l}}} \right) \quad (3-5)$$

其中， ξ 是调节函数最大值的系数，可以根据所需要的适应度幅值范围进行调节。 δ_l 是调整函数形状的系数，其数值越小，关节运动靠近极限时变化越剧烈。

保持关节运动连续性任务指机器人在笛卡尔空间完成连续运动时，希望其在关节空间也能获得连续的运动，也即希望每个相邻采样点之间的关节向量间的距离 $\|\Theta - \Theta_c\|$ 最小，为此设计函数如下：

$$f_c(\Theta) = 1 - e^{\left(-\frac{\|\Theta - \Theta_c\|}{\delta_c^2} \right)} \quad (3-6)$$

其中 Θ_c 是上一采样点关节向量， δ_c 为函数的光滑度的调节系数，在调节时，应尽量使得函数曲线变得光滑，从而让其在搜索算法中有更好的表现。

机械臂在复杂场景运动时，需要充分考虑周围的环境，不仅仅要做到自避障，每个关节之间不能发生碰撞，同时还要完成外部避障。要完成碰撞避免，首先，需要进行碰撞检测，即实时计算机械臂各个关节之间、各个关节与各个障碍物之间的距离。本文探索大量避障研究后^[50-53]，得出以下方法：首先基于体素方式导入机械臂和外部障碍物的点云数据，然后对点云数据进行下采样，在保持基本特征的同时降低数据复杂度。在此基础上，采用 QuickHull 算法快速构造凸包模型。最后利用 GJK (Gilbert-Johnson-Keerthi) 算法^{[54][55]}确定机器人与障碍物凸包之间的最短距离，进行碰撞检测，具体过程如下：

首先借助 3D 扫描设备来获取机械臂以及外部障碍物的点云数据，之后对这些数据展开预处理工作，以此降低计算的复杂程度，点云数据的预处理主要运用体素网格滤波方法，将点云空间划分成均匀的体素网格，并且在每个体素内部保留一个有代表性的点，这样在维持点云基本几何特征的同时可减少数据量。这一步可提高后续计算的效率，也可为几何建模提供质量较高的点云输入。

点云数据预处理结束后，利用 QuickHull 算法构建机械臂与障碍物的凸包模型，QuickHull 算法是一种效率较高的凸包构造方法，其核心想法是借助递归分割点集快速确定凸包边界，展开来说，该算法先找出点集中的极值点当作初始凸包边界，接着借助计算点集中距离当前凸包边最远的点逐步扩展凸包，直到所有点都被处理完。QuickHull 算法的时间复杂度为 $O(n \log n)$ ，在处理大规模点云数据时呈现出较高的计算效率，凭借构建凸包模型，机械臂与障碍物的复杂几何形状被简化成凸多面体，为后续的碰撞检测奠定基础，其中机械臂的每个关节都被看作一个凸包，基于此完成关节与关节之间、关节与障碍之间的凸包构建。

碰撞检测运用 GJK 算法，此算法是一种基于 Minkowski 差集的凸体碰撞检测办法，能高效判定两个凸体是否相交，还可算出它们之间的最短距离，GJK 算法借助迭代算出两个凸体之间的支撑点，构建一个单纯形来接近 Minkowski 差集中距离原点最近的点，展开来说，算法先选一个初始方向向量，算出两个凸体在该方向上的支撑点，接着不断更新单纯形的顶点来靠近原点。要是单纯形包含原点，那就说明两个凸体相交，不然，算法会持续迭代，算出单纯形到原点的最近距离，这个距离就是两个凸体之间的最短距离，GJK 算法的时间复杂度是 $O(n)$ ，计算效率较高，能契合实时避障的要求，凭借把凸包建模和 GJK 算法结合起来，可达成机械臂与障碍物之间的精确距离计算，为避障策略的制定提供关键参考。随后设计避障适应度函数如下：

$$f(dis) = \begin{cases} \frac{1}{dis} & \text{if } dis > 0 \\ \infty & \text{if } dis \leq 0 \end{cases} \quad (3-7)$$

当最短距离小于或等于零时这一情况出现，那就说明发生了碰撞，此时适应度会被设定为无穷大，而要是最短距离大于零，适应度值就会被设定为最短障碍距离的倒数，以此来保证适应值可随着与障碍物距离的增加而减小。

为提升机械臂避障算法计算效率，本文针对障碍物距离计算以及碰撞检测耗时问题，提出启动阈值设置与剪枝这两种优化策略，这些优化措施可减少不必要计算开销，同时保证避障算法实时性与可靠性。

首先，设置启动阈值，仅在机械臂与障碍物接近到预设范围时启动避障检测，并非全程持续执行，以此提升轨迹规划效率。展开来说，完成当前轨迹点规划后，

系统会计算当前关节配置下机械臂各关节与周围障碍物的最短距离,若该距离小于预设启动阈值,那么在下一个轨迹点规划中启动碰撞避免机制,并将外部避障约束纳入优化目标,此策略避免了安全距离外的冗余计算,降低了计算负担,对于机械臂自避障检测,也就是机械臂各连杆之间的碰撞检测,因其复杂性与关键性,仍需实时进行以保证安全性。

其次,本文引入剪枝策略来优化避障计算过程。在完成当前关节配置下的距离检测后如果机械臂与障碍物间的距离小于启动阈值,系统会记录处于阈值范围内的关节-障碍对,规划下一个轨迹点时只对这些记录里的关节-障碍对进行避障约束处理,其余距离远的障碍物则忽略,这种局部化处理方式能大幅减少计算量。每完成一个轨迹点规划,系统会重新对所有关节与障碍物做全局距离检测,更新阈值范围内的关节-障碍对集合,如果机械臂与所有障碍物间的最短距离都超出启动阈值,系统即退出避障模式,恢复至常规运动规划状态。

经由上述各项优化举措,本文在保证避障成效的前提下,降低了算法的计算复杂程度,启动阈值的设定规避了安全区域内的冗余运算,剪枝策略借助局部化处置削减了计算量,这两种策略相互结合,促使机械臂在复杂环境里达成高效的实时避障,为实际应用中的轨迹规划给予了可靠的技术支撑。

3.1.2 任务优先级框架

基于已确立的任务集及对应适应度函数,本文构建了面向路径逆运动学的任务库,并将在本节进行任务的分类和分层,如图 3-2 所示。

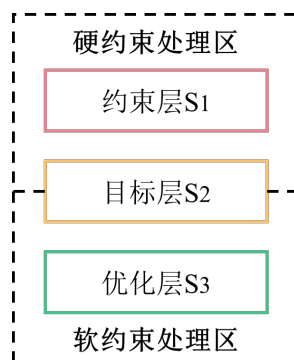


图 3-2 任务优先级框架

在上一节,任务依据数学意义被区分为等式任务以及不等式任务,而在本节,将从运动学方面对任务进行分类,划分为硬约束与软约束。硬约束指的是需要严格契合的任务条件,包括关节角度一定要处在运动范围之内、机械臂需要满足自避障以及外部避障要求等。这些约束与机械臂的安全性以及可行性直接相关联,在规划过程当中要优先保证。软约束是那些尽可能去实现但并非强制要求契合

的任务目标,如关节运动的连续性、关节配置尽量朝着远离极限位置的方向等,这类约束对机械臂的运动性能起到优化作用,不过允许在一定范围之内进行调整。

对于末端执行器的位姿精度任务,其分类依据具体需求而定。在如焊接、隧道喷浆这类高精度任务里,这些要求常作为硬性约束条件,来保证任务能高质量达成。而在抓取任务的移动阶段,可把它们当作软性约束,以此提升规划的灵活性。按照此分类模式,本文在后续优化中细化任务层级:将要契合的任务归到约束层,将尽量去实现的任务归到目标层,将有精力时可尝试优化的任务归到优化层。这种分层方式明确了任务的优先级,也为路径逆运动学求解提供了清晰架构。

借助构建任务优先级体系,本研究把机械臂运动规划里的多约束、多目标问题归入统一的建模框架之中,在路径逆运动学问题里,约束层起着保障机械臂基本运动学限制与安全条件的作用,目标层用于对运动性能给予优化,优化层则发掘系统的潜力,这种分层策略提升了规划效率,还为复杂环境下机械臂的运动控制给予了灵活且可靠的解决办法。

3.2 MoeIK

在上一节基于实际需求完成了任务库及其适应度函数的建立,接着对任务进行分类和分层,规范了任务优先级框架。接下来,本节将基于以上基础设计一款新的基于全关节编码的路径逆运动学算法。

3.2.1 MoeIK 算法总体框图

本文提出一种名为 MoeIK 的高效算法,该算法基于 ε -NSGAI-SDE 超多目标进化算法进行改进,具体如图 3-3 和算法 3-1 所示。

首先,依据需要达成的实际任务,从任务库中找寻对应的适应度函数,对其展开分类,并且分配到相应的约束层、目标层以及优化层,这些适应度函数同样会被用于量化个体的目标函数值以及约束条件。接着基于路径逆运动学问题的特性,对算法做了一系列改进,以此提升其处理多目标和多约束的能力,同时减少求解时间。在种群初始化阶段,引入了一种基于轨迹信息的精英继承策略,该策略借助继承前一个轨迹点的最终种群前沿,延续优秀个体,为了提高局部解空间内搜索的精度与效率,对于剩余待初始化的个体采用了自适应区间搜索方法,主要是在全关节空间内基于一定区间随机初始化个体,区间大小可自适应灵活调整。

经由上述一系列步骤,相应的算法可生成一个面向当前轨迹点的有较高质量的种群,该算法在达成动态任务完成指标或者达到预先设定的最大迭代次数之际便会终止运行,要是在达到最大迭代次数的时候依然没有契合任务所规定的指标,那么就会触发记忆回溯重启。重启之后,算法依据前一次进化所获得的结果再次生成种群,并且持续进行相关计算。设定了最大重启次数的限定,一旦达到这个

限定次数，算法就会挑选当前的最优解作为最终的关节配置，以此来保障算法的有效性与可行性，在下一个章节当中，会对算法的具体实现做更为详尽的阐述。

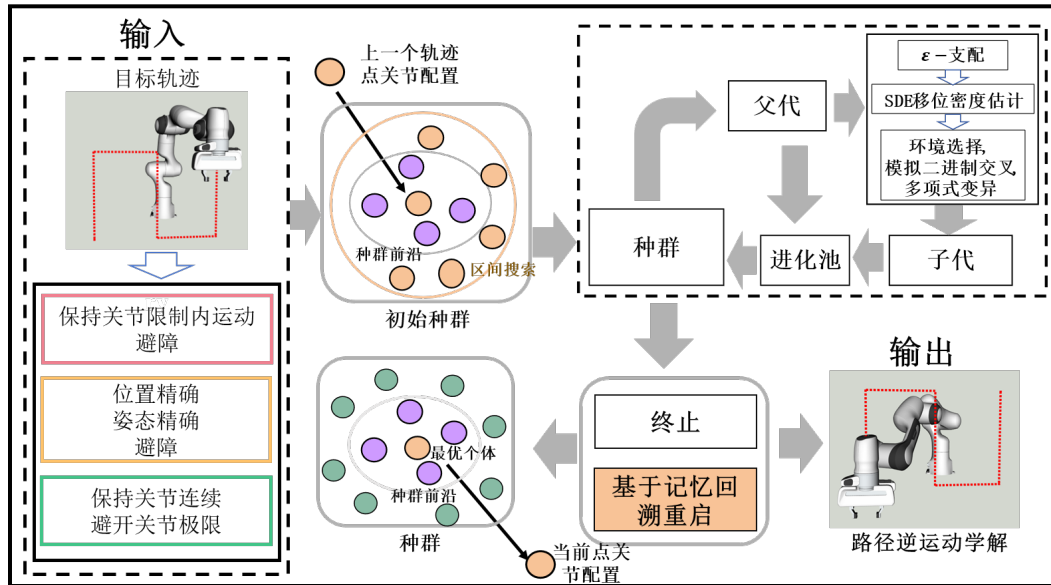


图 3-3 MoeIK 算法流程

算法 3-1: MoeIK 算法

输入：种群规模， ε 权重向量，初始区间 r 大小，上一代种群前沿，上一个轨迹点最终关节配置

输出：最优解，最终种群前沿

- 1: 确定精英个体和区间中心
- 2: 初始化种群
- 3: >> 精英继承
- 4: >> 自适应区间搜索：基于搜索区间随机生成个体
- 5: 计算适应度函数并基于 ε -支配排序个体
- 6: 移位密度估计（SDE）
- 7: While 未达到主任务完成指标 do
- 8: 通过选择、交叉和变异生成子代
- 9: 合并父代和子代作为进化池
- 10: 计算进化池适应度并基于 ε -支配排序个体
- 11: 移位密度估计
- 12: 提取进化池精英形成新种群
- 13: End
- 14: 返回最优解并保存最优种群前沿

3.2.2 MoeIK 算法实现过程

MoeIK 实现过程分为关节编码、面向任务设计目标和约束、种群初始化、 ε -松弛支配、SDE (Shift-Based Density Estimation) 移位密度估计、可行性原则、选择、交叉、变异、终止和记忆回溯重启这些步骤，接下来将一一进行阐述。

(1) 关节编码

为了应对冗余机械臂路径逆运动学问题的连续变化特性，采用实数编码方法。具体而言，在种群初始化阶段，每个个体被表示为一个由多个实数组成的向量，这些实数直接对应于冗余机械臂关节的角度值或其他连续变量的状态（例如，移动关节被表示为长度值）。例如，对于一个具有 n 自由度的机械臂，个体将被编码为一个 n 维的实数向量，如

$$x = (x_1 | x_2 | x_3 | \dots | x_{n-1} | x_n) \quad (3-8)$$

其中每个变量必须满足其关节约束，处在关节运动范围内，如

$$\theta_{i,low} < x_i < \theta_{i,high}, \forall i = 1, \dots, n \quad (3-9)$$

(2) 面向任务设计目标和约束

由于本章设计了 Panda 机械臂写字、KC30 隧道喷浆和十二自由度超冗余机械臂管道探索实验，因此拟从任务库中挑选的任务为：机械臂到达指定位姿、保持关节运动连续性、避开关节极限、避障和关节运动需在关节限制内。其中，关节运动需保持在关节限制内和避障为约束层任务，机械臂到达指定位姿视为目标层任务，保持关节运动连续性、避开关节极限和提前避障视为优化层任务。面向运动学任务建立的数学优化模型如下：

目标层	$\min \{P_{error}, O_{error}, f(dis)\}$	(3-10)
优化层	$\min \{f_l(\Theta), f_c(\Theta)\}$	
约束层	$\Theta_{low} < \Theta < \Theta_{high}, dis > 0$	

(3) 种群初始化

初始化阶段，算法引入了精英继承和自适应区间搜索策略。其中精英继承是指初始种群从前一个轨迹点的最终种群中继承前沿个体，从而保留前一个轨迹点的高质量个体信息以提供指导。这一策略的主要应用场景是相邻轨迹点之间的最优解变化较小，因此通过继承前一个轨迹点的优秀个体，能够有效维持关节运动的连续性。

随后，对于剩余个体采取自适应区间搜索策略。主要方式为以上一个轨迹点的最终关节配置为中心，以一定的初始区间大小为范围，随机初始化生成个体。如公式所示：

$$range = \frac{(\Theta_{high} - \Theta_{low})2^r}{2^{r_{max}}} \quad (3-11)$$

$$\Theta_{interval} = rand(\Theta_c - range, \Theta_c + range) \quad (3-12)$$

其中 r 和 r_{max} 分别表示当前区间大小和最大区间大小, 并且 r_{max} 也代表全部空间。 $range$ 表示搜索间隔, Θ_c 表示上一个点关节配置, $\Theta_{interval}$ 表示完成初始化的最终关节配置。其中, 初始区间大小根据上一个轨迹点与当前轨迹点的间隔而定, 如果间隔较远, 则初始区间设置为总的关节区间大小。随后, 通过记忆回溯重启自适应的进行区间大小的调整, 以达到加强局部搜索的目的, 最终加快求解效率。

在完成种群个体的设置后, 将计算每个个体各个任务的适应度值, 从而完成种群的初始化。

(4) ε -松弛支配

接下来算法将对初始化后的种群进行排序。此处, 由于本文已经将面向多任务规划的路径逆运动学问题建模为多约束多目标优化问题。考虑到如果同 BioIK、RelaxedIK 等基于优化的逆运动学求解算法一样, 使用加权组合多个目标进而使用单目标优化算法进行求解, 需要进行量纲的统一并且难以有效落实分配的权重进而保证各个任务的分层效果, 因此本算法采取多目标优化算法进行求解。原计划使用 NSGAI 算法, 但是实践过程, 发现存在两个问题: 1) 优化目标超过四个时容易出现支配阻抗情况, 即大部分个体互不支配、都位于 pareto 最优层级, 非支配排序并不能起到作用, 此时起作用的是拥挤度距离排序。2) 基于拥挤度距离排序, 那么个体之间主要基于多样性进行选择, 多样性主要目的在于防止解集过早收敛到局部区域, 确保解集在目标空间中均匀分布。以上问题会导致在前沿个体的选择中拥挤度距离排序占据主导地位, 从而将收敛性较差但是拥挤度较高的个体作为前沿优秀个体。

因此为了解决支配阻抗问题, 本文拟使用超多目标进化算法。在调研了大量该类算法后^[56-60], 本文决定基于 ε -NSGAI^[61-63] 和 SDE 算法^[64] 结合组成 ε -NSGAI-SDE 进行求解。首先, 使用 ε -支配取代 pareto 支配, 具体表现为: 如果一个个体的适应度值在通过权重向量加权后优于其他个体, 则认为该个体支配其他个体。这种支配关系体现了一种放松的支配关系, 具体数学表达式如下:

$$\varepsilon_i f_i(x) < f_i(y), \forall i \in \{1, \dots, p\} \Rightarrow x \prec_{\varepsilon} y \quad (3-13)$$

这种支配关系意在扩大非支配解的支配区域, 有效缓解多目标优化里碰到的支配阻抗问题, 借助扩大非支配解的支配区域, 能更明显地区分解的质量。在多目标优化问题中提升算法的选择压力, 防止因目标数增多而致使的解集退化问题。此方法可有效减少支配阻抗现象, 也就是解之间难以相互支配的状况, 提升算法的

收敛性以及解集的多样性。随后运用 SDE 取代拥挤度距离排序。

(5) SDE 移位密度估计

在完成非支配排序后，个体根据支配度进行分层，然后在每一层进行密度估计。前文提到，因为支配阻抗问题导致基于拥挤度距离密度估计占主导地位，而其主要考虑目标的多样性，并没有考虑收敛性。因此，此处更改为 SDE 移位密度估计。它是一种基于相似度的密度估计方法，不仅考虑个体在目标空间中的分布稀疏性，还考虑个体之间的收敛性差异。在 SDE 中，如果个体 A 在某些目标上表现较差，但在其他目标上表现较好，那么它可能会被赋予较高的密度值。这是因为 SDE 会考虑个体之间的相似性，即使个体 A 在某些目标上表现较差，其他个体在优势目标上的表现可能会“拉高”个体 A 的密度值。具体如图 3-4 所示：计算 A 点密度时，会将 B 点较好目标平移到与 A 点相同，即 (10, 18) 处，C、D 同理，如此，原本并不占优势的 A 点个体将拥有两个近邻，导致其密度较高，从而占据优势地位得以保留。这样，原本在种群中并不占据优势地位的个体将具有较高密度，从而平衡了收敛性和多样性。

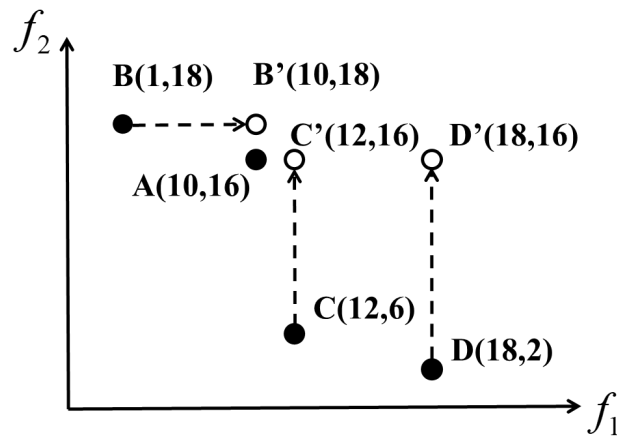


图 3-4 SDE 移位密度估计

(6) 可行性原则

完成对优化目标的处理后，将处理约束。对于约束条件，采用可行性原则。可行性原则的核心思想是优先考虑满足所有约束条件的可行解，而非可行解则被视为次优解。具体而言，在路径逆运动学求解过程中，处理避障约束时，与障碍物发生碰撞的个体被视为不可行，未发生碰撞个体视为可行。在排序过程中，遵循可行个体支配不可行个体的原则：所有可行解在优先级上均高于不可行解。并且可行个体之间进行比较，不可行个体之间进行比较。这确保了帕累托前沿在满足约束条件的同时，最大限度地利用个体信息。

(7) 环境选择

在环境选择阶段运用二元锦标赛（Binary Tournament Selection, BTS）作为选择算子。此机制为随机挑选两个个体，然后比较它们的非支配层级以及移位密度，将较优的个体选出来进入到下一代种群当中，非支配层级靠前或者移位密度大的个体能优先被选中。二元锦标赛选择有简单高效以及计算复杂度低这样的优点，可对收敛性和多样性起到有效的平衡作用，防止算法过早出现收敛的情况，同时还可以维持种群的多样性。

(8) 交叉

在交叉操作中，采用模拟二进制交叉（Simulated Binary Crossover, SBX）作为交叉算子。该机制通过模拟自然界中二进制交叉的行为，生成两个子代个体。具体而言，SBX 根据父代个体的基因值生成子代基因值，其公式如下：

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.5[(1+\beta)p_1 + (1-\beta)p_2] \\ c_2 &= 0.5[(1-\beta)p_1 + (1+\beta)p_2] \end{aligned} \quad (3-14)$$

其中， p_1 和 p_2 是父代个体的基因值， c_1 和 c_2 是子代个体的基因值， β 是分布指数，控制子代个体与父代个体的相似程度，其计算公式为：

$$\beta = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta_c+1}} & \text{if } u \leq 0.5 \\ (\frac{1}{2(1-u)})^{\frac{1}{\eta_c+1}} & \text{if } u > 0.5 \end{cases} \quad (3-15)$$

其中， u 是均匀分布的随机数， η_c 是交叉分布指数，用于控制子代个体的分布范围。此外，交叉概率（ p_c ）作为一个控制参数，决定是否对两个父代个体执行交叉操作。对于每一对父代个体，生成一个随机数 $rnd \in [0,1]$ ：如果 $rnd \leq p_c$ ，则执行 SBX 交叉操作；否则，直接复制父代个体作为子代个体。SBX 具有简单高效、能够生成多样性子代的优点，能够有效平衡探索和开发。

(9) 变异

在变异操作中，采用多项式变异（Polynomial Mutation, PM）作为变异算子。该机制通过引入多项式概率分布，对个体的基因值进行扰动，以增强种群的多样性。具体而言，多项式变异根据父代个体的基因值生成变异后的基因值，其公式如下：

$$c = p + \delta(h-l) \quad (3-16)$$

其中， p 是父代个体的基因值， c 是变异后的基因值， h 和 l 分别是基因值的上界和下界， δ 是变异量，其计算公式为：

$$\delta = \begin{cases} (2rnd)^{\frac{1}{\eta_m+1}} - 1 & \text{if } rnd \leq 0.5 \\ (1 - (2(1-rnd))^{\frac{1}{\eta_m+1}}) & \text{if } rnd > 0.5 \end{cases} \quad (3-17)$$

其中, rnd 是均匀分布的随机数 ($rnd \in [0,1]$), η_m 是变异分布指数, 用于控制变异量的分布范围。此外, 变异概率 (p_m) 作为一个控制参数, 决定是否对个体执行变异操作。对于每个基因值, 生成一个随机数 $s \in [0,1]$: 如果 $s \leq p_m$, 则执行多项式变异操作; 否则, 保持基因值不变。多项式变异具有简单高效、能够增强种群多样性的优点, 能够有效平衡探索和开发。

(10) 算法终止和记忆回溯重启

本文采用动态任务完成指标取代最大迭代次数作为算法的终止条件。当某个解满足主要任务指标时, 算法停止运行, 提前收敛, 从而提高效率和鲁棒性。其中, 主要任务指代目标层任务, 指标为预先设置。由于超多目标进化算法生成的是一个 **pareto** 解集 (种群前沿), 因此需要通过主要任务加权最小的方式挑选唯一解, 这确保了主要任务的完成和优化。此时的加权不同于使用单目标进化算法求解路径逆运动学时的加权, 后者是在进化初始通过加权的方式进行任务组合, 随后进入优化, 进化过程中无法保证被分配权重的有效落实。之后, 为了避免陷入局部最优, 算法设置了最大迭代次数限制。如果达到该限制仍未找到有效解, 则触发记忆回溯重启, 如算法 3-2 所示。

算法重启意味着针对目标点重新生成并进化种群。记忆回溯方法利用前一次进化的信息而非轨迹信息作为指导。精英继承策略被调整为从前一次进化的最终种群前沿中继承种群。自适应区间搜索将前一次进化最终种群的最优解作为中心, 同时通过将 r 减一以指数方式减小区间大小, 从而缩小搜索范围。这确保了每次重启都能在前一次进化的基础上有所改进。最后, 算法设置了最大重启次数限制。如果重启次数达到该限制仍未满足终止条件, 则从最终种群中选择最优解作为输出, 以确保输出的可行性和有效性。经过上述步骤, 成功完成了算法的设计。

算法 3-2: 终止与记忆回溯重启

输入: 种群前沿 **Pop**, 最大进化迭代次数 N_{max} , 当前进化迭代次数 N_{now} , 最大重启次数 R_{max} , 当前重启次数 R_{now}

输出: 最优解, 最终种群前沿

```

1: 创建候选解集 S
2: For each  $ind \in Pop$  do
3:   If  $fitness(ind)$  满足主任务指标 then      如果个体  $ind$  满足主任务指标
4:      $S \leftarrow S \cup \{ind\}$                 将  $ind$  加入候选解集 S
5:   End
6: End
7: If  $S \neq \emptyset$  then                        终止条件: S 不为空, 即存在符合主任务指标个体

```

算法 3-2: 终止与记忆回溯重启 (续)

```

8:    $ind_{best} \leftarrow \arg \min_{i \in S} fitness(i)$            从解集找到最优个体
9:   Return  $ind_{best}$  和 Pop
10: End
11:  $N_{now} \leftarrow N_{now} + 1$ 
12: If  $N_{now} = N_{max}$  then                                记忆回溯重启
13:    $N_{now} = 0; R_{now} \leftarrow R_{now} + 1$ 
14:    $ind_{best} \leftarrow \arg \min_{i \in Pop} fitness(i)$        从种族前沿找到最优个体
15:    $r \leftarrow r - 1$                                      搜索区间-1
16: End
17: If  $R_{now} = R_{max}$  then
18:    $R_{now} = 0$ 
19:    $ind_{best} \leftarrow \arg \min_{i \in Pop} fitness(i)$ 
20: end
21: 返回最优解  $ind_{best}$  和最优种群前沿 Pop

```

3.3 算法对比实验

在完成对 MoeIK 算法的设计后, 本节将该算法与前沿算法 Trac-IK (基于雅可比矩阵的方法)、BioIK (基于优化的方法) 和 RelaxedIK (基于优化的在线路径逆运动学算法) 在多种冗余机械臂不同轨迹进行比较, 充分验证其强大的多任务平衡性能。

3.3.1 实验设置

实验在一台戴尔 G15 笔记本电脑进行, 该电脑配备了一个 2.3GHz 的处理器核心, 型号为 11 代 Intel i7-11800H, 显卡为 NVIDIA GeForce RTX 3060 Laptop, 显存大小为 6G。仿真实验基于 ROS 平台, 使用 MoveIt 框架和 Rviz 工具进行仿真测试。所有统计结果均基于 100 次重复运行轨迹的数据进行收集和评估。

本文构建了多场景仿真实验系统, 针对三种不同自由度的冗余机械臂展开测试。其中该系统涉及通用型 Panda 机械臂, 它有七自由度且全是旋转关节, 以及由隧道喷浆机改装而来的 KC30 机械臂, 有八自由度, 包含两个移动关节, 另外有十二自由度超冗余机械臂, 其十二个自由度皆为全旋转关节。依据每种机械臂的特性, 设计了各异的测试轨迹: 针对 Panda 机械臂, 运用手写 “IROS” 轨迹来验证它跟踪复杂路径的能力, 对于 KC30 机械臂, 设计了半圆形隧道喷浆轨迹, 让末端执行器保持切向姿态以契合工程需求, 对于十二自由度机械臂, 设计了管

道内“U”形探索轨迹，用以测试超冗余系统的空间穿越性能。实验过程中，把 RelaxedIK、Trac-IK 和 BioIK 当作基准算法，还借助消融实验开发出两种 MoeIK 变体，对于 MoeIK(A)，和原始 MoeIK 相比，去除了自适应区间搜索和重启策略，对于 MoeIK(B)，采用固定区间搜索，并去除了重启机制，在所有算法执行开始时，机械臂的初始关节配置保持一致，以此消除初始配置的影响。

接下来设置相关参数：种群大小设置为 50。交叉概率设置为 0.9，分布指数为 20。多项式变异概率为 $1/n$ ，其中 n 表示机械臂关节数量，分布指数为 40。位置精度、姿态精度、关节连续性保持、关节极限避免和外部避障的 ε 权重向量分别设置为 $[1, 1, 0.7, 0.5, 0.5]$ 。位姿精度被指定为主要任务，并赋予最高权重。关节连续性由于其对能量损耗的影响，被赋予第二高优先级。关节极限避免被视为次要目标，而主要由可行性原则控制的避障任务则被赋予较低的权重。对于自适应区间搜索，参数 r_{max} 设置为 11，初始区间大小 r 为 3。 r 的值根据轨迹点间距进行调整，间距增大时 r 也随之增大。对于全局搜索， r 初始化为 r_{max} 。在迭代过程中，通过重启策略自适应调整 r ，从而获得解。在重启策略中，最大进化迭代次数设置为 100 代，最大重启次数设置为 50 次。

3.3.2 实验结果与分析

为了评估规划结果，本文采用多个指标，包括平均位置误差（Position Error, PE）、平均姿态误差（Orientation Error, OE）、关节 i 的平均移动距离（Movement, M_i ）、接近关节极限的次数（Time Close Limits, TCL）以及末端执行器位姿匹配每个轨迹点所需的平均时间（Time），具体实验结果如表 3-1、表 3-2 和表 3-3 所示。其中，表中数据标注为粗体表示最优指标，斜体表示次优指标，下划线表示最差指标，本文将基于这些指标对结果进行分析。

表 3-1 Panda（七自由度）“IROS”轨迹性能评估

	RelaxedIK	Trac-IK	BioIK	MoeIK(A)	MoeIK(B)	MoeIK
PE(mm)	<u>8.52</u>	0.08	0.39	0.92	0.33	<i>0.12</i>
OE(°)	<u>6.25</u>	0.05	0.16	1.62	0.29	<i>0.14</i>
M1(°)	0.15	<u>1.46</u>	1.00	1.15	0.42	<i>0.17</i>
M2(°)	0.32	<u>0.91</u>	0.51	0.67	0.38	<i>0.34</i>
M3(°)	<i>0.19</i>	<u>1.36</u>	0.89	1.43	0.46	0.18
M4(°)	0.33	<u>0.39</u>	<i>0.35</i>	1.37	0.33	<i>0.35</i>
M5(°)	0.08	<u>1.04</u>	0.34	2.06	0.44	<i>0.09</i>
M6(°)	0.53	<u>0.89</u>	0.57	2.84	0.52	<i>0.54</i>
M7(°)	<i>0.33</i>	<u>0.83</u>	<i>0.33</i>	1.81	0.38	0.29
TCL	0	8	<u>24</u>	1	0	0
Time(ms)	<u>56</u>	<i>10</i>	9.8	32	27	31

表 3-2 KC30（八自由度）半圆形隧道轨迹性能评估

	RelaxedIK	Trac-IK	BioIK	MoeIK(A)	MoeIK(B)	MoeIK
PE(mm)	<u>53.1</u>	0.96	0.77	1.35	0.46	0.11
OE(°)	<u>19.8</u>	0.08	0.12	1.68	0.72	0.06
M1(°)	0.52	<u>3.37</u>	1.57	2.23	0.34	0.36
M2(°)	0.30	<u>4.12</u>	1.04	2.06	0.22	0.29
M3(mm)	11.2	<u>228</u>	64.9	137	17.6	28.7
M4(°)	0.57	<u>7.46</u>	1.93	4.0	0.51	0.57
M5(°)	0.96	<u>8.40</u>	3.74	5.3	0.58	0.71
M6(mm)	11.4	<u>201</u>	78.5	127	13.8	22.2
M7(°)	1.27	<u>1.87</u>	1.47	1.89	1.35	1.30
M8(°)	1.53	<u>6.44</u>	2.24	3.77	0.62	0.62
TCL	<u>89</u>	19	14	21	2	1
Time(ms)	<u>191</u>	67	26	45	41	57

表 3-3 十二自由度机械臂“U”形隧道轨迹性能评估

	RelaxedIK	Trac-IK	BioIK	MoeIK(A)	MoeIK(B)	MoeIK
PE(mm)	<u>1.9</u>	0.08	0.15	0.99	0.46	0.11
OE(°)	<u>0.15</u>	0.05	0.12	1.14	0.39	0.10
M1(°)	0.19	<u>0.85</u>	0.66	2.14	0.36	0.33
M2(°)	0.12	<u>0.79</u>	0.50	2.57	0.35	0.33
M3(°)	0.06	<u>0.58</u>	0.54	2.01	0.28	0.06
M4(°)	0.04	<u>0.84</u>	0.59	2.47	0.30	0.08
M5(°)	0.36	<u>1.62</u>	0.80	2.23	0.47	0.41
M6(°)	0.31	<u>2.09</u>	1.18	2.55	0.47	0.55
M7(°)	0.06	<u>1.02</u>	0.41	2.25	0.30	0.13
M8(°)	0.04	<u>1.41</u>	0.63	2.49	0.31	0.15
M9(°)	0.25	<u>2.19</u>	1.77	2.58	0.47	0.46
M10(°)	0.30	<u>1.70</u>	1.34	2.38	0.46	0.47
M11(°)	0.04	<u>2.28</u>	0.63	2.55	0.36	0.58
M12(°)	0.05	<u>2.02</u>	0.61	2.25	0.34	0.50
TCL	0	<u>12</u>	5	4	2	0
Time(ms)	<u>99</u>	11	9.8	47	37	41

RelaxedIK 采用加权求和策略整合路径逆运动学问题，并基于梯度下降法进行求解，在关节运动平滑性方面表现突出。然而，受限于局部搜索算法的固有缺陷，该方法易陷入局部最优解，尤其在末端执行器接近工作空间边界时，由于解空间受限导致性能显著下降。此外，算法的位姿精度与效率存在权衡关系：减小轨迹点间距虽能提升求解精度，但会大幅增加计算负担。实验数据表明，该算法在关节运动连续性和轨迹平滑性指标上达到接近最优的水平，但这一优势是以牺牲位姿精度为代价的。具体而言，当测试对象为 Panda 机械臂和 KC30 机械臂时，由于目标轨迹均布置于工作空间边缘区域（解空间稀疏性加剧），两者均表现出

较大的位姿误差；其中 KC30 机械臂因轨迹点间隔更大，其误差显著高于全旋转关节构型的 Panda 机械臂。相比之下，在十二自由度超冗余机械臂的测试中，得益于目标轨迹位于工作空间中心区域以及高冗余度带来的解空间扩展，位姿精度维持在可接受范围内。

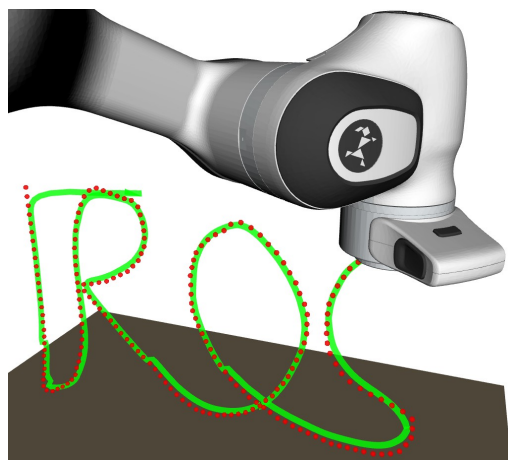
Trac-IK 作为一种经典的逆运动学求解器，采用基于雅可比矩阵迭代的 KDL 算法与序列二次规划（SQP）算法的并行计算框架。该求解器主要优化目标轨迹点的关节配置计算效率（即快速求得高精位姿解），但在关节运动连续性和关节极限规避等方面存在明显不足。作为典型的局部搜索算法，Trac-IK 在机械臂奇异位形和工作空间边界区域往往难以获得可行解。实验结果表明，对于 Panda 机械臂和十二自由度超冗余机械臂，Trac-IK 能够实现快速的逆运动学求解并保持较高的位姿精度。然而，该方法固有的局部搜索特性导致关节空间轨迹可能出现不连续突变导致连续性较差。特别值得注意的是，在 KC30 机械臂的测试中，当末端执行器接近工作空间边界时，由于该机型独特的移动关节构型特性，Trac-IK 的求解失败率显著上升，导致整体精度急剧下降。需要强调的是，这些局限性源于算法的核心设计原理，无法通过单纯增加计算时间来解决。

BioIK 运用加权多目标优化框架，借助模因进化算法（Memetic Algorithm）来达成全局搜索，且运用多线程并行计算以及经过优化的正向运动学树结构以提高求解效率，不过因受其单目标进化算法本质特性的限制，BioIK 很难精确达成预先设定的目标权重分配。实验数据显示，虽说该算法可同时处理多个优化目标并保持各目标之间的相对平衡，可各子目标的优化效果都未达到理想状态，并且存在较为突出的目标间冲突情况，具体体现为：在提升末端执行器位姿精度的时候，会不可避免地致使关节运动连续性指标变差，这种性能局限源自算法的核心设计机制，无法借助延长计算时间来改进。

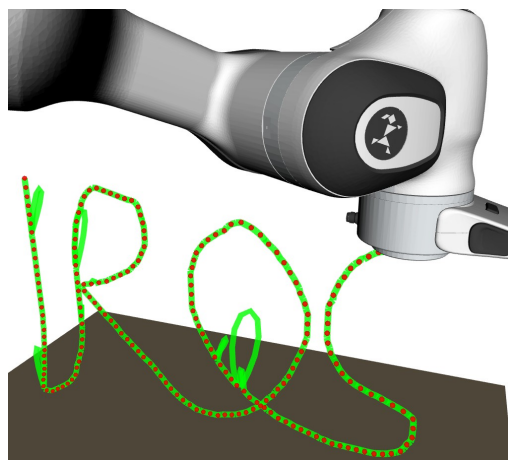
MoeIK(A)在超多目标进化算法的基础上引入了精英继承，这使得算法拥有了初步的求解能力，然而各个目标的性能却比较差。MoeIK(B)增添了固定区间搜索策略，提高了局部探索能力，计算效率也得到了提高。MoeIK 集成了记忆回溯重启以及自适应区间搜索策略。一方面，重启降低了进化算法本身的随机性，提高了鲁棒性，另一方面，重启之后，算法借助之前的进化结果进行指导，同时调整搜索区间范围，加快了求解进程，计算效率也有所提升。实验结果显示，和其他算法相比，MoeIK 在所有目标上实现了更为均衡的性能，它在平衡多个任务方面表现优异，即便 KC30 的某些轨迹点靠近工作空间边界，它也可凭借其全局探索能力获取高质量的解。

实验仿真运动结果如图 3-5、3-6、3-7 所示，图 3-8、3-9 和 3-10 展示了各个机械臂在执行规划轨迹过程中部分关节的变化情况。

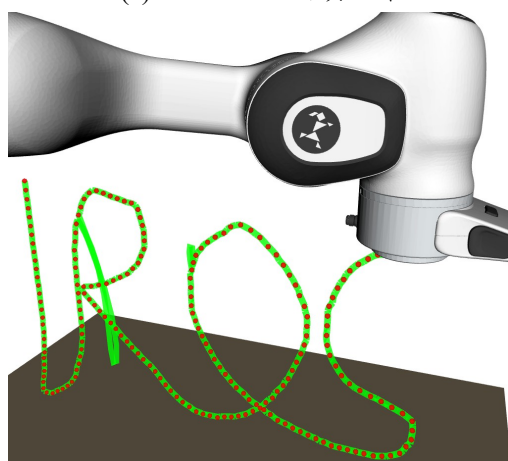
••• 目标轨迹 ——— 实际轨迹



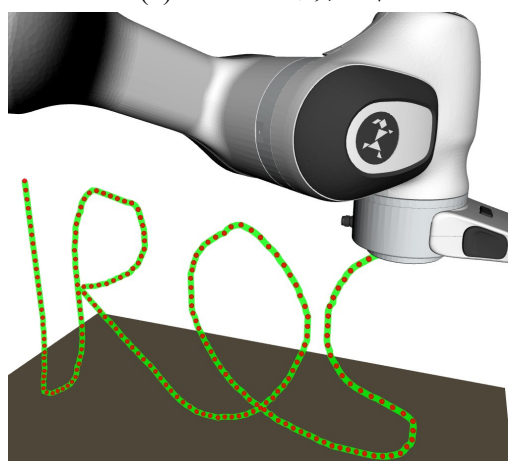
(a) RelaxedIK 仿真结果



(b) Trac-IK 仿真结果

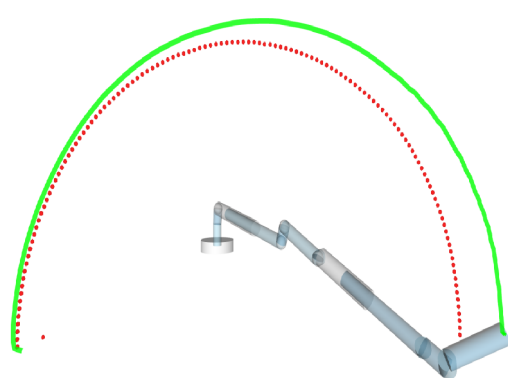


(c) BioIK 仿真结果

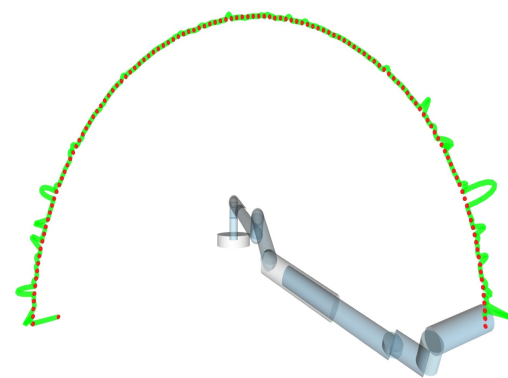


(d) MoeIK 仿真结果 (本文算法)

图 3-5 Panda (七自由度机械臂) “IROS”轨迹仿真结果



(a) RelaxedIK 仿真结果



(b) Trac-IK 仿真结果

图 3-6 KC30 (八自由度机械臂) 半圆形隧道轨迹仿真结果

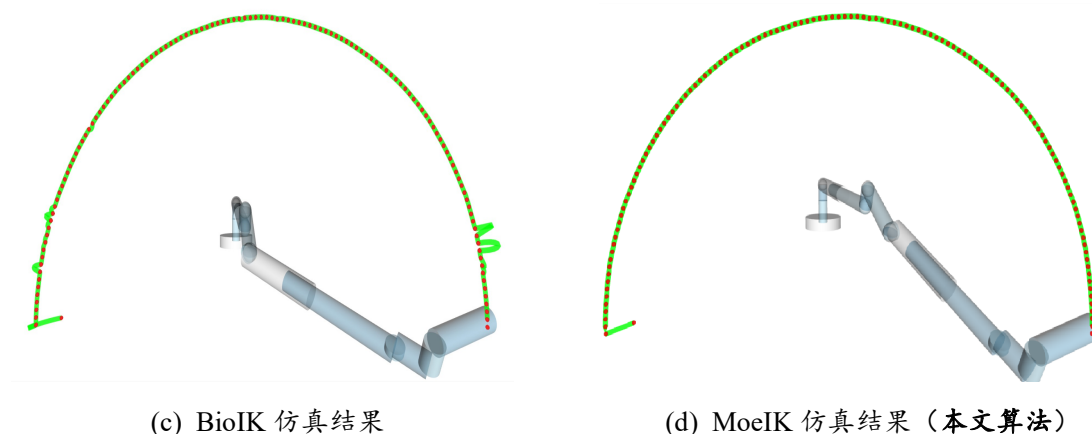


图 3-6 KC30 (八自由度机械臂) 半圆形隧道轨迹仿真结果 (续)

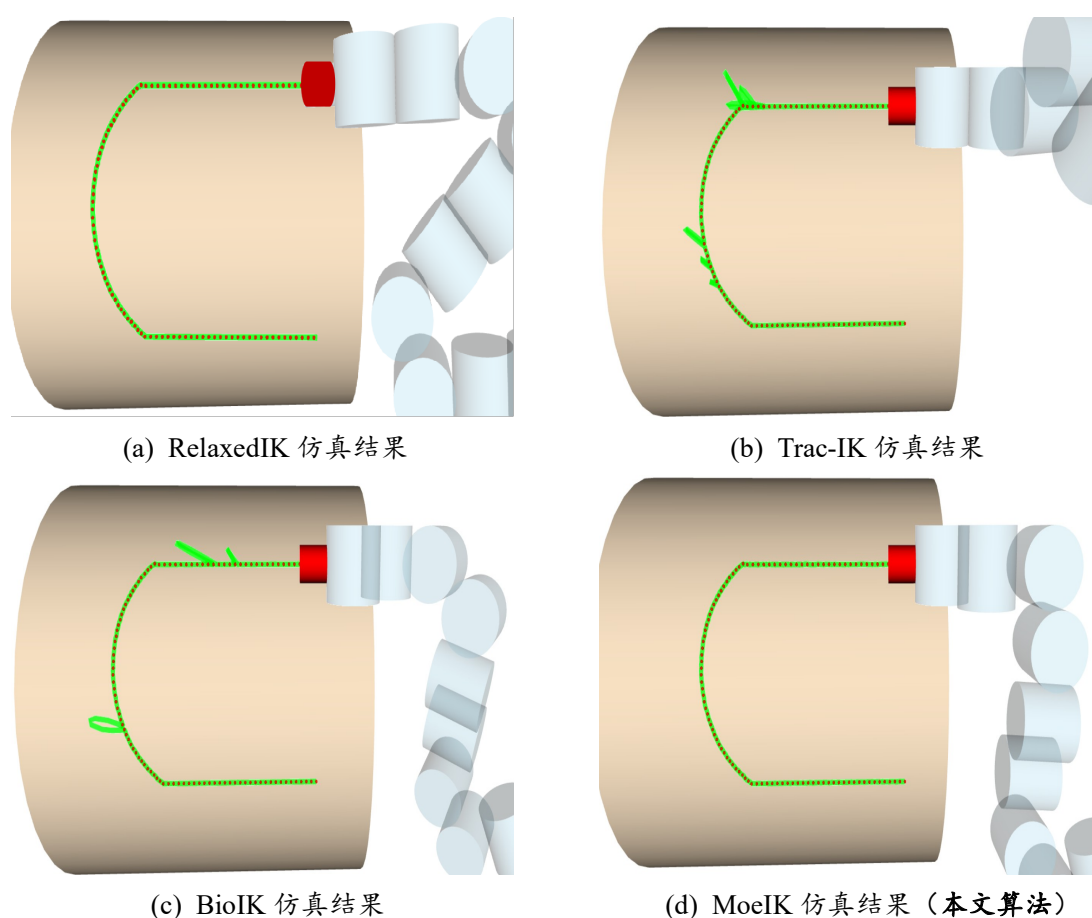


图 3-7 十二自由度超冗余机械臂“U”形轨迹仿真结果

仿真结果与表列性能指标呈现高度一致性: 首先, RelaxedIK 算法在图 3-5(a) 和图 3-6(a)中表现出明显的实际轨迹与目标轨迹点偏差, 验证了其位姿精度较差的特性, 而在工作空间较大的图 3-7(a)中, 由于可视化尺度限制, 该误差未被明显反映; 其次, 在关节连续性方面, RelaxedIK 和 MoeIK 均保持稳定表现, 未出现关节角突变现象。这一系列观察结果与前述定量分析结论完全吻合。

针对 Trac-IK 算法的仿真实验结果显示：虽然其实际运动轨迹与目标轨迹点展现出较高的空间重合度，表明该算法在位姿精度控制方面表现良好，但同时也暴露出明显的关节运动不连续性问题——在实际轨迹中可观察到多次关节突变的跳动现象，这反映了算法在关节空间平滑性优化方面的不足。

BioIK 算法在多目标优化方面呈现出比 RelaxedIK 和 Trac-IK 更为均衡的性能，仿真结果说明：其一，BioIK 算法的实际运动轨迹，即绿色线条所代表的轨迹，与目标位姿，也就是红色标识的位姿，基本可重合，该算法有较好的末端定位精度；其二，尽管 BioIK 算法依然存在关节运动不连续的情况，不过相较于 Trac-IK 算法而言，其关节角突变的频率明显降低。这样的综合表现证实了 BioIK 在多任务协同优化方面所有的优势，然而要是想要全面评估其性能，还是需要结合表格里的量化指标展开分析，其主要问题在于多个任务的表现较为平庸。

MoeIK 算法则展现出卓越的综合性能：其实际运动轨迹与目标轨迹完全重合，且全程保持关节运动的连续性，实现了多任务优化目标的理想平衡。尽管在绝对位姿精度上较 Trac-IK 存在些许差距，计算时间比 BioIK 较长，但这些差异均在算法允许范围内。且该算法成功实现了实时在线求解，符合本文提出的多任务平衡实时路径逆运动学算法的设计要求，验证了其在复杂场景中的实用价值。

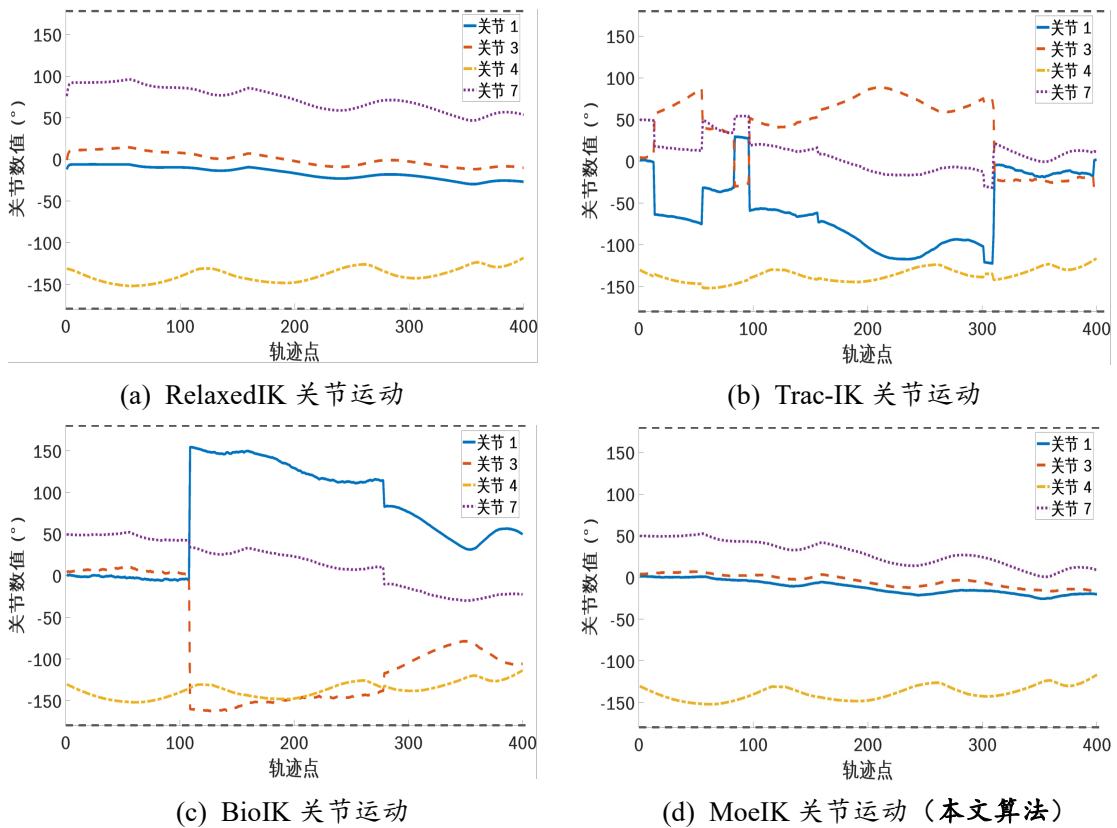


图 3-8 Panda 机械臂不同算法部分关节运动

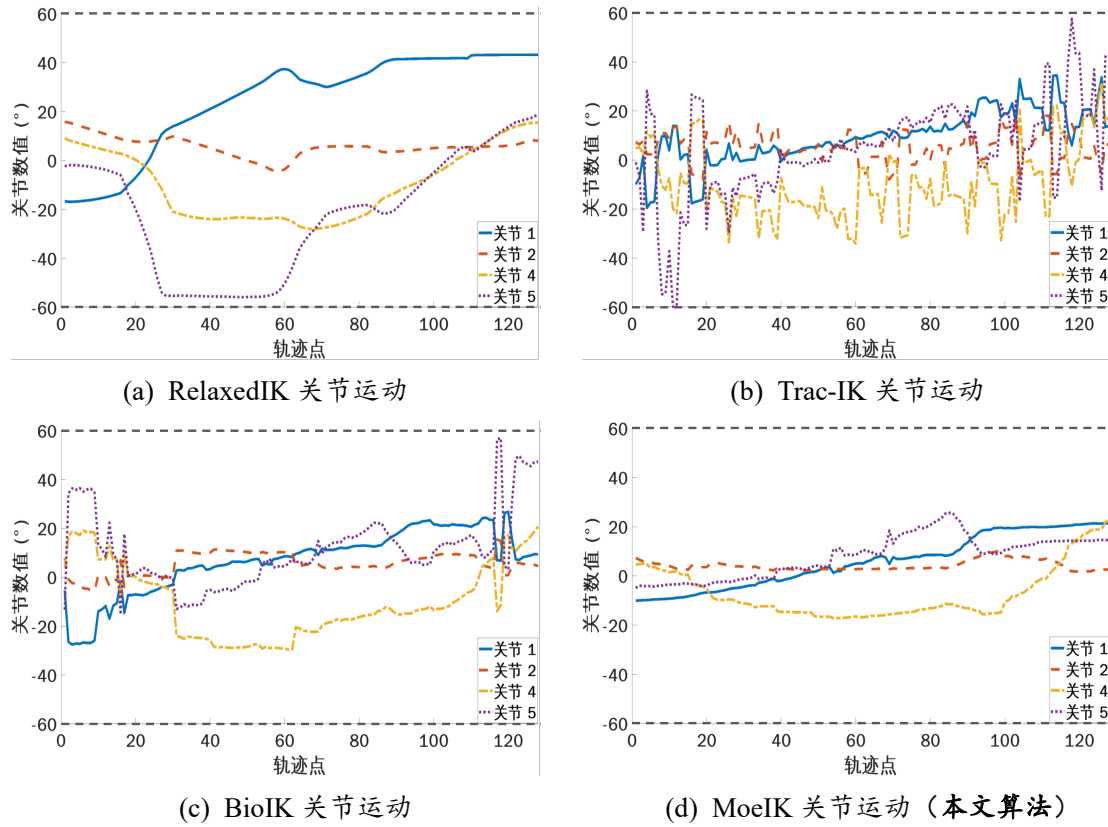


图 3-9 KC30 机械臂不同算法部分关节运动

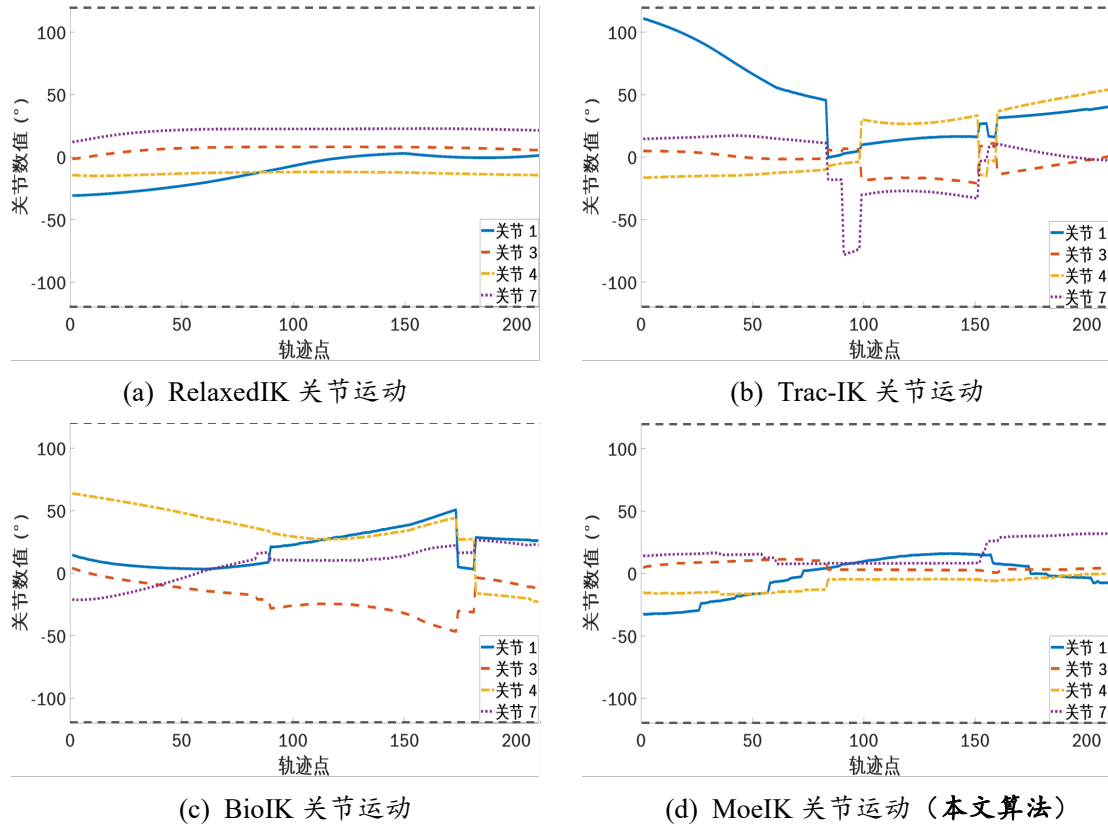


图 3-10 十二自由度机械臂不同算法部分关节运动

3.4 本章小结

本章首先根据机械臂运动特性和实际应用需求,明确具体任务并构建相应适应度函数库。随后,基于任务优先级对任务进行分类、分层处理,将路径逆运动学问题转化为多约束多目标优化模型。在此基础上,以 ϵ -NSGAI-SD算法为核心框架,引入精英继承、自适应区间搜索和记忆回溯重启等策略,提出改进算法 MoeIK。最后,通过 RelaxedIK、BioIK 和 Trac-IK 等前沿算法在多机械臂平台上的对比实验,验证了 MoeIK 算法在多任务平衡方面的优越性能。

第4章 基于半解析和全关节编码融合的路径逆运动学求解算法

在上一章节中的研究中, 本文设计了一种新的路径逆运动学算法 MoeIK, 它以超多目标进化算法 ε -NSGAI-SDE 算法为基础, 加入精英继承、自适应区间搜索和记忆回溯重启算子, 在保持全局搜索的基础上提高局部探索能力, 大大加快了算法的求解效率, 并通过在多个冗余机器人平台和多种前沿算法的比较确立了算法在多任务平衡的优势。然而, 该算法作为一种基于优化方式求解路径逆运动学的本质决定了其只能求得近似解, 如果想要获得高精位姿解则计算开销较大, 即使加入各种加速算子相较于解析框架仍然不具备优势。相对而言, 半解析框架在计算开销和精确解方面拥有突出优势, 但是应用场景受限以及在特定任务场景无法使用精确解是其无法大范围在冗余机器人上使用的问题所在。

因此, 本章节拟设计一种半解析框架和全关节编码算法融合的方法, 该方法能有效的结合半解析框架和全关节编码算法的优势, 弥补各自的缺点, 从而实现几乎所有冗余机器人的路径逆运动学求解, 并且达到求解速度快、精确度高、应用场景丰富等功能。本章将优先讨论半解析和全关节编码算法的有机融合, 并基于此提出 FusionIK, 以隧道喷浆机器人和 Panda 机械臂为例进行求解。之后, 针对冗余机器人的路径逆运动学求解提出一种通用基础求解框架, 该框架以 FusionIK 和 MoeIK 为基础, 解决包括可应用半解析框架、不可应用半解析框架和超冗余等机器人的路径逆运动学问题。

4.1 关于半解析框架和全关节编码算法的分析

在进行融合算法设计前, 本节首先对半解析框架和全关节编码算法进行具体深入的分析, 主要考察其算法核心, 并对比优劣势, 从而能够取长补短, 对两个算法进行互补。在这一节中, 针对半解析框架, 挑选路径逆运动学算法 TIK 进行分析; 针对全关节编码算法, 挑选上一章节所设计的算法 MoeIK 进行分析, 这两种算法分别为各自框架内的较为优秀的算法, 也比较具有代表性。

4.1.1 半解析框架分析

半解析框架算法 TIK, 是基于参数化方法的冗余机器人路径逆运动学算法。其核心思路为通过参数化关节, 将机器人关节空间划分为冗余和非冗余关节空间。其中冗余关节可以视作已知量, 非冗余关节空间通过解析法获得关节配置, 从而实现关节空间的降维, 并且保证获得逆运动学的精确解。然后对于冗余关节空间, 可以通过优化算法针对如保持关节连续性、避开关节极限、避障等优化目标进行

规划，从而最大程度利用冗余机器人冗余自由度的优势。具体方式如图 4-1 所示。

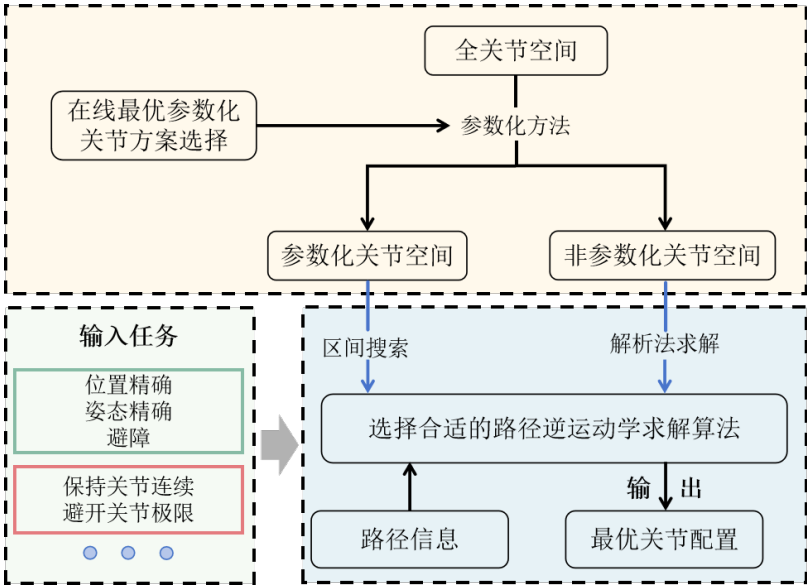


图 4-1 基于参数化关节的路径逆运动学求解算法主要流程

其中，对于关节空间的搜索是其核心。考虑到即使通过关节空间降维后，仍需应对约束和解空间等多方面问题，且机器臂的末端求解带有非线性和强非凸特点，而使用梯度下降、牛顿法等局部搜索算法虽然在求解效率上具有优势，但易因为梯度消失而难以获得全局最优解，因此选取基于优化的方式进行搜索。考虑到需要同时处理多个目标包括关节空间连续性、避开关节极限等，TIK 的提出者使用 NSGAI 这一多目标求解算法作为基础搜索算法。该算法在处理 NP-Hard 问题上具有较大优势，能够有效的求得全局最优解，但与此同时，求解速度是其一大缺点。因此，该作者提出利用轨迹信息进行加速，主要通过种族迁移和区间搜索来进行。通过这两种加速算子，很好的解决了多目标优化算法求取逆解时的效率问题。具体的求解过程如图 4-2 所示。

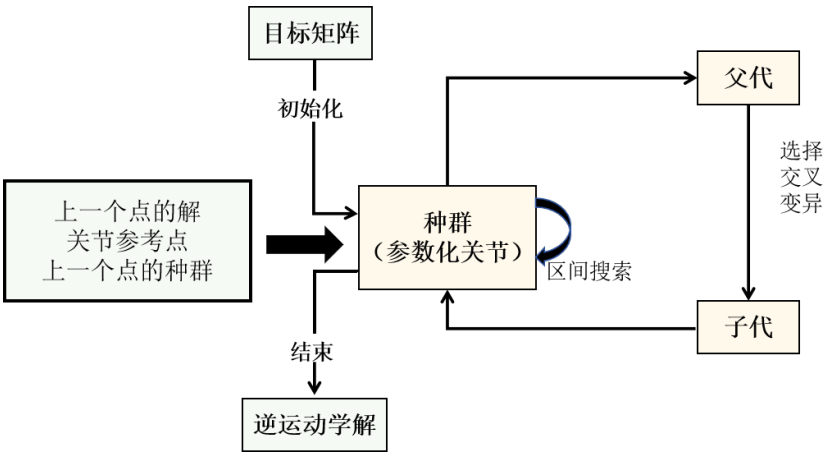


图 4-2 半解析算法 TIK 主要流程

由此, TIK 算法不仅能够实时在线的求解冗余机器人的路径逆运动学, 并且在求解效率、精确度、保持能量损耗最小和灵活性等都优于现有前沿算法。

但是, 该算法存在三个问题, 一个是只能进行精确解的求取, 解析方式求取非冗余关节配置决定其所有的解空间都是基于精确解进行的, 当遇到轨迹点无法获得有效精确解, 比如其关节配置超出关节范围, 或者是当动态障碍逼近规划轨迹点, 导致如果运行到轨迹点会导致障碍碰撞问题, 如图 4-3 所示。第二个问题是参数化方法+解析求解意味着在路径逆运动学中始终将位姿目标作为最优先目标, 算法将固定使用六个自由度来保证位姿目标的求取, 这有一些浪费, 特别是在冗余度不够多但又对位姿要求不高的任务场景, 这将使得冗余机器人没有足够多的额外自由度应对如避障、保持能量损耗最小、避免关节运动范围约束等任务; 最后, 因为解析表达式的求取需要手动进行且不同机器人需要分别计算, 因此算法的提前准备工作将会远超其余通用数值算法。且如果机器人不存在符合 Pieper 法则的关节构型则无法使用半解析方法, 使得该算法通用性受限。

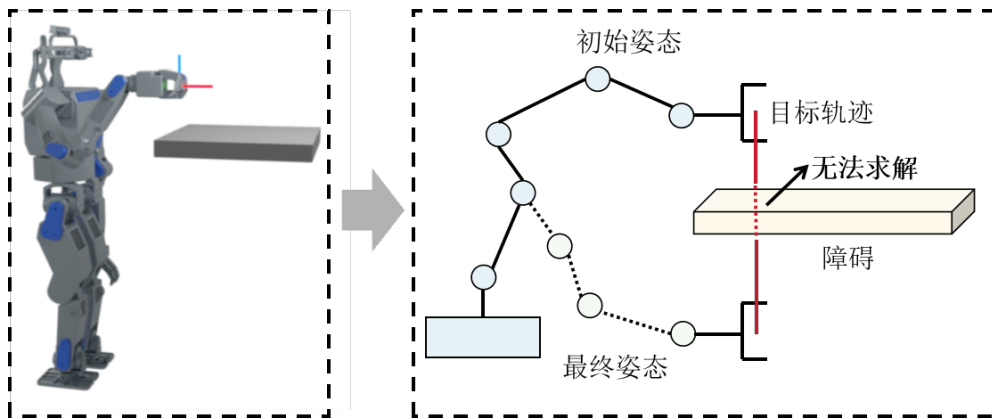


图 4-3 TIK 目标轨迹与动态障碍发生碰撞, 无法求解

4.1.2 全关节编码算法分析

全关节编码算法 MoeIK, 是上一章节提出的实时在线面向多任务平衡问题的路径逆运动学求解算法。该算法以超多目标进化算法 ε -NSGAI-SDE 为基础, 利用其全局搜索和多目标并行优化能力进行解算, 并通过精英继承、自适应区间搜索、记忆回溯重启等策略对算法进行加速, 从而能够实时在线的求解路径逆运动学问题, 并且通过与各个前沿算法的比较, 可以得出, 其能够在多个目标都能有较为突出的表现, 具有多任务平衡性、鲁棒性、自适应和灵活添加任务的性质。

相较于半解析框架, 它能解决 TIK 所面临的问题。其一, 它所得到的关节配置为近似解, 本身求解过程, 所有关节的搜索空间均在关节运动范围内, 所以不存在因关节配置超出运动范围而导致无效解的情况。并且当面临动态障碍物阻碍机器人规划至目标轨迹点时, 它会在保证避障的前提下尽可能的接近目标轨迹

点，这主要通过满足避障约束和提高其优先级，同时降低位姿精确优先级达到，而调整位姿权重在 TIK 中无法做到，具体如图 4-4 所示。其二，作为一种基于优化的数值解方法，MoeIK 的配置相当简单，仅需导入机器人的正运动学公式，然后设置期望的各个任务权重，并设置主要任务迭代条件即可，并不需要过多的提前准备工作，具备简易性和通用性。

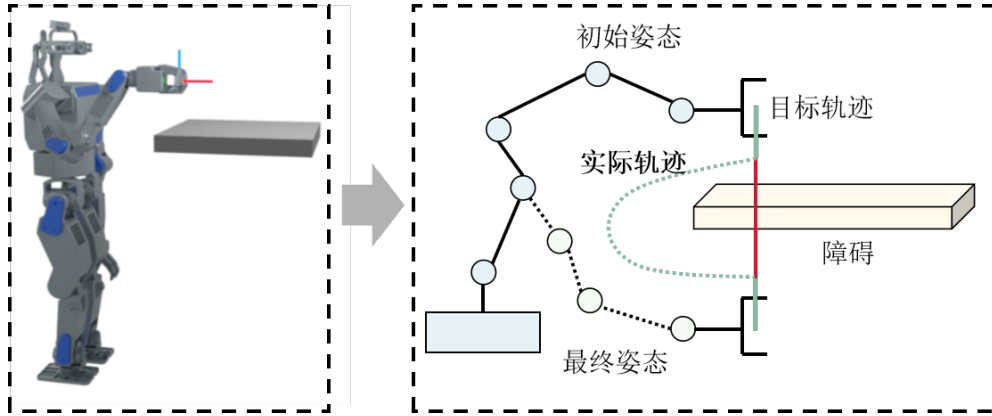


图 4-4 MoeIK 目标轨迹避开动态障碍

但是，MoeIK 也有其缺点，首先因为是对近似解的求取，所以它的位姿精度要差于半解析算法。并且，通过超多目标进化迭代的方式进行求解对计算时间是一个较高负担，因此其时间损耗要高于 TIK，尽管也能满足实时在线要求，但是相较而言并不具备优势。

因此，需要开发出一种具备通用性、实时在线、快速求解，且精确度高、能实现任务的灵活添加删除、任务优先级灵活调整的路径逆运动学算法，它能够综合以上两种算法的长处。

4.2 FusionIK

上一小节从具体算法入手分析并总结归纳了半解析框架和全关节编码算法的核心内容和优劣势，并阐述融合算法开发的必要性。在这一小节，将具体阐述如何构建融合算法 FusionIK，其核心内容主要通过多线程运行半解析和全关节编码算法，在运行过程中通过提取优秀个体进行交互实现算法的互补，并根据两个算法优先完成主要任务情况选择是否提前终止迭代。最后，将融合算法应用在八自由度隧道喷浆机器人 KC30 和 Panda 机械臂上，并通过与全关节编码算法 MoeIK、半解析框架算法 TIK 的比较来验证其优势。

4.2.1 FusionIK 算法介绍

对于应用于融合的半解析和全关节编码算法选择 TIK 和 MoeIK，其中，对

TIK 进行部分改进，使之能更好的和 MoeIK 融合并提高其运行效率，具体流程如图 4-5 所示。

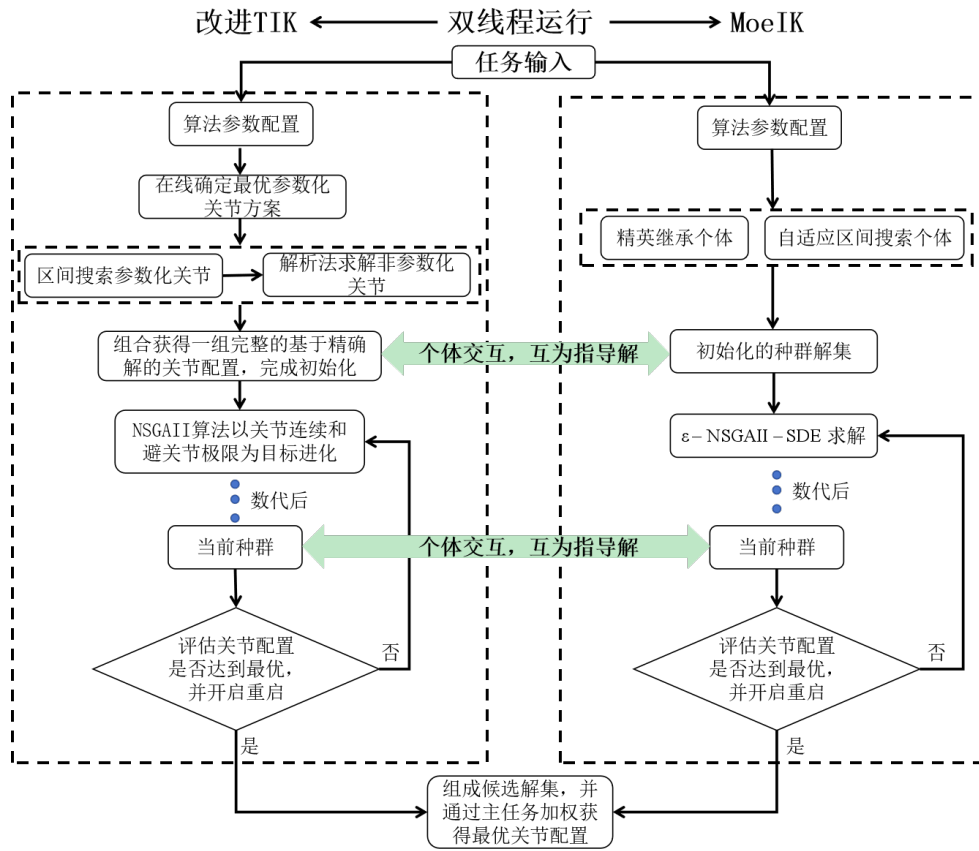


图 4-5 FusionIK 流程

首先，多线程并行启动两种算法，并根据算法特性给以不同参数设置。然后，在 TIK 中，根据当前关节配置基于参数化方法和区间搜索生成多组针对目标轨迹点的精确解。接下来，对精确解进行有效性验证，如果多次未能找到有效解，则会扩大参数化关节区间，直至找到满足设定数量的有效精确解或者区间扩大到关节最大运动范围。与此同时，在 MoeIK 中，会对上一个轨迹点的结果进行精英继承，并以当前关节配置为中心进行自适应区间搜索生成初始化种群剩余个体。此时，两者均完成了各自的种群初始化，FusionIK 将提取两者的前沿个体进行交互，并将这些个体视为各自的指导解。

完成初始化后，两者开启进化迭代，TIK 以保持关节连续性、避开关节极限等为目标进行优化，对于末端避障和关节运动范围约束无法进行优化，只能通过重启找寻新的解。MoeIK 并行优化所有目标，包括位姿准确性目标、保持关节连续性、避开关节极限、避障等，并能够克服关节运动范围、避障约束等。每进化额定代数后，两者会进行前沿个体交互，如初始化过程一样。TIK 为 MoeIK

提供精确的位姿指导, MoeIK 因其解空间较大则帮助 TIK 探索更多的可能性, 并加强对其满足关节运动范围和末端避障约束的指导以及对保持关节连续性目标的优化。

最终, 对于终止条件, 设定主要任务完成指标代替最大迭代次数, 一旦两个算法存在任一满足要求的个体, 便终止算法, 并将这些个体组成解集, 通过加权的方式挑选出唯一最优解。如果运行多代后仍未找到最优解, 那么开启两个算法的重启, 重启方式同上一章节。重启后初始化会以以上一次进化结果作为指导, 如果多次重启仍未找到满足要求个体, 则挑选最优解, 并终止算法, 使得算法始终具备可行输出。算法的具体流程如下, 接下来将仔细分析如何对 TIK 进行改进, 以及具体的融合思路。

(1) 多线程运行

FusionIK 采用多线程并行的方式运行改进后的 TIK 和 MoeIK 算法。由于两者在执行过程中不存在共通部分, 能够进行解耦处理, 这赋予了算法良好的隔离性, 确保两个算法在运行时互不干扰。并行处理模式有利于充分挖掘 CPU 的计算潜力, 显著提升运行效率。具体而言, 在运行前分别为 TIK 和 MoeIK 设定不同的算法输入信息, 随后二者独立运行。在初始化阶段以及后续的进化过程中, 二者借助共享变量实现信息交互。同时, 为两个算法设置相同的收敛退出条件, 当任意一个算法中的个体达成主任务指标时, FusionIK 将提前终止迭代, 完成最优解的筛选并输出结果。这种策略能够大幅提高 FusionIK 框架的运行效率。

(2) 任务输入与算法参数配置

不同于常规多线程算法如 Trac-IK, SQP 和 KDL 算法拥有相同输入, FusionIK 的输入较为复杂, 本文将其分为任务输入和算法参数输入。对于任务输入, TIK 和 MoeIK 相同, 包括目标轨迹点位姿、周围环境信息 (用于避障) 等; 对于算法参数输入, 则针对两者分别设置, 这由算法特性决定。比如, 对于目标信息输入, 由于半解析框架自带求解精确解属性, 导致其并不需要设置位姿精确性目标及权重; 对于用于指导的轨迹信息输入, 在改进后的 TIK 算法中, 并不需要过多轨迹指导, 仅需通过当前关节配置完成参数化关节的区间搜索即可, 而 MoeIK 则需要上一个轨迹点最终进化结果的 pareto 前沿来进行帮助; 同样的, 对于进化算法输入, 由于 TIK 使用 NSGAI, 而 MoeIK 使用 ϵ -NSGAI-SDE, 两者的输入也各不相同。因此, 在 FusionIK 设计中, 两者将先接受统一的运动学任务输入, 随后根据各自特性输入算法参数, 并配置。

(3) TIK 种群初始化

确定输入后, 进行种群初始化。对于 TIK, 通过分析各个参数化关节组的解空间流形在线确定最优参数化关节方案。在确定被参数化的关节组后, 以当前关

节配置为中心对其进行区间搜索,生成设定种群数量的个体,随后使用解析法对每个个体进行求解,得出非参数化关节配置。不同于原有 TIK 算法使用种群迁移获得部分个体,此处全部使用区间搜索进行生成。这是因为种群迁移的目的在于增强算法的保持关节连续性性能,但是在 FusionIK 中 TIK 将从 MoeIK 获得前沿个体,这些个体将指导进行当前关节配置附近的探索。

在解的有效性验证阶段,算法会执行一套严格的约束校验流程,此流程着重考察关节运动范围限制以及避障约束的契合状况。针对那些不契约束条件的关节配置,算法会自动重新进行初始化操作,如果经过多次初始化之后,依然无法获取指定数量的有效解,那么会动态扩展参数化关节区间的搜索范围。当搜索范围达到预设上限却仍未获得足够有效解时,本算法与传统 TIK 方法相比有改进:传统方法在此种情形下会终止运行并返回无解状态,而本算法创新性地运用“柔性约束”策略,允许保留部分非有效解继续参与计算,这种设计基于两点关键考虑:其一,非有效解当中仍然包含有价值的空间信息,其二,并行执行的 MoeIK 算法可保障系统的整体输出有鲁棒性,使得算法并非完全依赖 TIK 模块的解算结果。

(4) MoeIK 种群初始化

在完成 TIK 的种群初始化同时,将同步进行 MoeIK 的初始化。同上一章所阐述,使用精英继承和自适应区间搜索完成对于初始种群个体的生成。值得注意的是,两者的区间搜索并不相同,首先, MoeIK 面向全部关节空间进行搜索,而 TIK 仅针对参数化关节。其次, TIK 在初始化阶段通过评价是否在区间内找到有效解而决定是否扩大搜索区间,而后者无法进行,因为 MoeIK 无法评价当前区间内生成的种群质量,因此其区间的大小自适应改变通过重启后进行。并且由于 TIK 找不到有效解可以通过扩大范围来解决,所以一般在考虑轨迹间隔的基础上尽可能设置较小的区间,而 MoeIK 只有在进化出较为优秀的种群后才能进一步锁定区间并进行更为精细的进化,因此尽可能设置较大区间后通过重启缩小搜索范围来进行优化。

(5) TIK 和 MoeIK 的个体交互与指导

在完成两个算法的种群初始化后,对两个算法的个体进行交互和指导。TIK 将基于优化目标挑选出 pareto 前沿个体提供给 MoeIK。同时,要求交互个体数量不得超过 MoeIK 种群数量的一半。MoeIK 在得到来自 TIK 的精确位姿解指导后,使用其代替掉原本处于被支配地位的个体,这主要通过进化池和非支配排序完成,如此可以加速 MoeIK 的进化迭代,解决其高维空间搜索效率过慢的问题。反之,对于 TIK,由于 MoeIK 是基于全关节空间内的探索,因此一方面可能会探索一些半解析框架所不能搜索的关节空间的边缘地带,另一方面,它主要用以

解决半解析框架所不能解决的强约束问题,比如始终找不到满足关节运动范围内的精确解、无法完成末端避障或是寻找效率低下时, MoeIK 提供的个体可以提供关节运动范围内的满足末端避障的近似解给以一定的指导。

(6) TIK 和 MoeIK 的进化迭代

原 TIK 算法为二进制编码,但是一方面为了和 MoeIK 保持一致,另一方面,由于关节解为连续空间,使用实数编码能够精确反映问题的解空间,避免因为编码转换而带来精度损失。且二进制等编码方式,要进行编码和解码,会降低解的精度,而实数编码在连续解空间内能够进行更加灵活的搜索,从而更加接近全局最优解或者全局最优解的高质量解。所以此处统一使用实数编码。因此,交叉和变异也统一使用模拟二进制交叉和多项式变异。

TIK 使用 NSGAI 进行进化迭代,而 MoeIK 使用 ϵ -NSGAI-SDE 进行。关于这两种方法具体见上一章节。其中,原 TIK 将每个关节的保持关节连续性和避开关节极限能力通过加权组合为一个目标,然后存在多少个自由度即设置多少个目标,这样的方式很容易造成目标数量的难以管理,并且对于冗余机械臂而言很容易因此导致支配阻抗,特别 NSGAI 作为一个多目标进化算法。因此统一 TIK 为两个优化目标,即保持关节连续和避开关节极限。

(7) 终止判断和重启

对于算法的收敛退出和终止判断,同上一章节 MoeIK,设置统一的主任务退出条件,如果在设置的最大迭代次数阈值之前,两个算法有任一解提前完成主任务设置指标,则认为 FusionIK 收敛,算法提前终止,这种机制大大加速了算法的运行。如果到达阈值后,没有能够完成主任务指标,那么将会进入重启,此时,对两个算法同时进行重启操作,原本的 TIK 并没有该机制,属于新加入的方法。重启后,所有的轨迹指导信息将不再根据轨迹点,而是上一代进化的结果。比如 TIK 中,区间搜索以上一次进化后最佳个体为中心,大小保持初始化设置;MoeIK 中,初始种群的精英继承为上一次进化后 pareto 前沿,自适应区间搜索采取上一次进化后的最佳个体为中心,区间大小使用上一次进化最后的数值而非初始化设置。同时,在此处,对两个算法的种群进行个体交互,重复一次初始化时所作的操作,最终,完成重启。如果在达到最大重启次数后,仍未达到主任务指标,那么将找寻两个算法的最优个体,并在这两个个体之间进行比较,最后选出唯一的个体作为该轨迹点的最终关节配置,从而保证算法整体的鲁棒性。

4.2.2 FusionIK 算法性能验证

为了验证 FusionIK 算法的性能,本文计划在八自由度隧道喷浆机械臂 KC30 和七自由度 Panda 机械臂进行实验,共设计两个实验场景:1) 位于工作空间边

缘的半圆形隧道喷浆轨迹，要求高精度跟踪，且末端方向始终垂直轨迹，如图4-6所示。2) 目标末端轨迹上具有动态障碍，模拟需要进行末端避障的场景。对比算法采用 TIK 和 MoeIK。其中实验所用计算机硬件配置为戴尔 G15，Intel i7-11800 2.3GHz CPU、NVIDIA GeForce GTX 3060 6GB 显卡，软件配置为 Windows11、C++14。

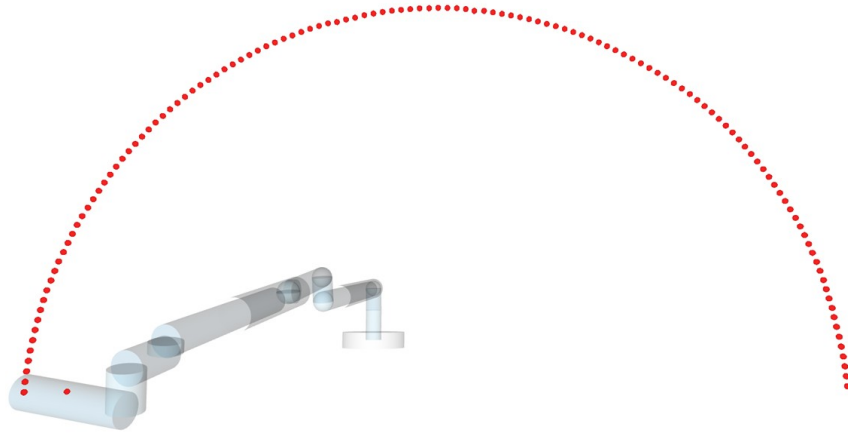


图 4-6 位于工作空间边缘的半圆形隧道喷浆轨迹，其末端方向始终垂直轨迹

首先，对于第一个实验场景，本文基于上一章节半圆形隧道喷浆轨迹的基础上进行了一定高度的上升，使得其更加接近工作空间的极限，因为该场景能更好的验证算法在边缘解空间的搜索能力。对于 MoeIK，参数设置同上一章节；对于 TIK，参数化关节为 1 号关节和 6 号关节，模拟二进制交叉和多项式变异参数为 $[0.9, 40, 0.15, 25]$ ，区间搜索参数中初始区间大小为 1，最大区间大小为 10，连续 10 次找不到有效解扩大搜索区间，区间增大至 10 仍未找到有效解视为 TIK 无解，最大进化迭代次数设置为 100，最大重启次数设置为 50；对于 FusionIK，交互个体为 TIK 和 MoeIK 的 pareto 前沿，但是规定交换的数量不得超过送至方的一半，并且进化过程中以 MoeIK 为主，其每进化 25 代进行新个体的交互，MoeIK 重启时，如果 TIK 没有找到符合任务要求的解，那么 TIK 也进行重启，并进行个体交互。

实验结果如表 4-1 所示，在表格中，求解成功率为找到有效解轨迹点数/轨迹点总数。平均位置精度单位为 mm，平均姿态精度为度，M1-M8 分别表示关节平均变化量，对于 3 号和 6 号移动关节，单位为 mm，其余转动关节为度，TCL 为逼近关节极限次数，每个关节极限范围同上一章实验，时间即平均每个轨迹点路径逆运动学求解时间。仿真结果如图 4-7、4-9 和 4-10 所示，分别表示 TIK、MoeIK 和 FusionIK 在该工作空间边缘半圆形隧道轨迹结果。图 4-8 为 TIK 运行时各个轨迹点进行区间搜索寻找有效解时的最大区间。

表 4-1 TIK、MoeIK 和 FusionIK 的 KC30 边缘轨迹性能

	TIK (半解析算法)	MoeIK (全关节编码算法)	FusionIK (融合算法)
求解成功率	96%	100%	100%
PE(mm)	0.01	0.68	0.012
OE(°)	0.2	0.31	0.22
M1(°)	1.04	0.6	0.72
M2(°)	0.62	0.31	1.66
M3(mm)	62	33	52
M4(°)	1.06	0.5	3.3
M5(°)	2.39	1.4	1.77
M6(mm)	37	34	17.6
M7(°)	1.32	1.38	1.58
M8(°)	0.94	0.68	1.73
TCL	28	20	23
Time(ms)	170	244	52

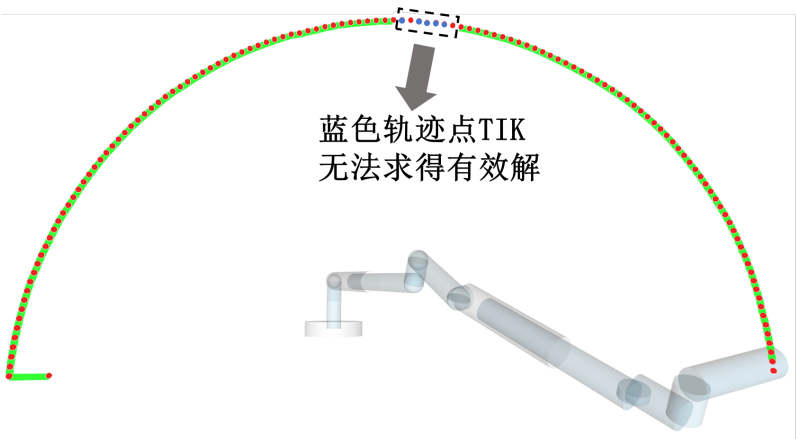


图 4-7 TIK 实验结果

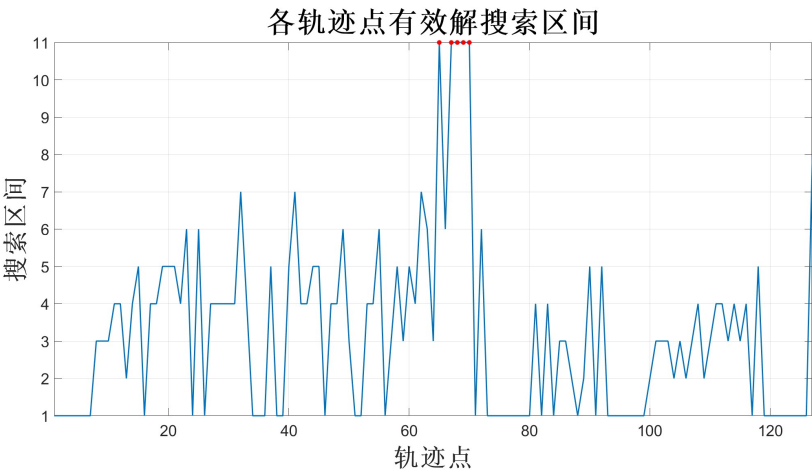


图 4-8 TIK 各个轨迹点最终搜索区间大小

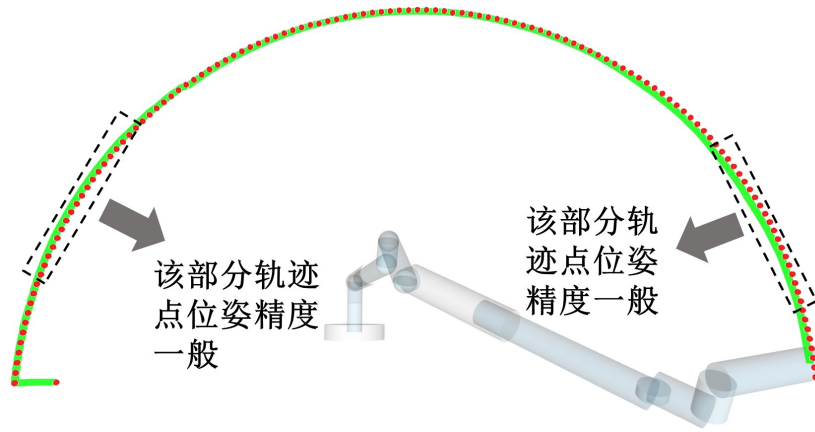


图 4-9 MoeIK 实验结果

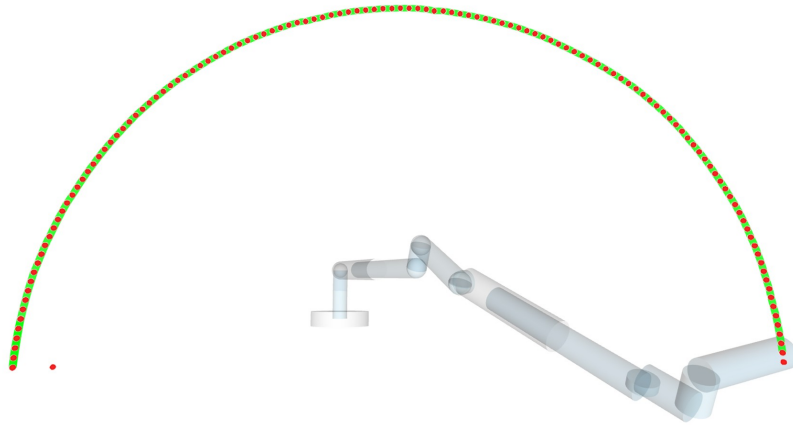


图 4-10 FusionIK 实验结果

接下来将针对以上结果进行分析。首先，对于 TIK，其求解成功率为 96%。在图 4-7 中，可以发现，图中的蓝色轨迹点为 TIK 无法求得有效解点，在规定时间内，尽管进行了区间的扩大，然而 TIK 仍然无法在这几个边缘空间点中及时找到有效解，求得的解全部都不在关节空间运动范围内。图 4-8 的实验结果进一步验证了这一结论，仿真结果对应轨迹点区间大小已是最大区间，即无解。也因此，平均求解时间也被其拉长。

对于 MoeIK，由于目标轨迹在工作空间边缘，解空间相较之前变得稀疏，因此想要达到较高的位姿精度开始变得困难，其求解时间和位姿精度变差，这在图 4-9 中得到体现，不过尽管如此，它依然保持了对于多任务的平衡性，并且，基于记忆回溯重启的自适应区间搜索使得其依然保持了较好的关节运动连续性。

对于 FusionIK，一方面，在 TIK 能够求得有效解的轨迹点，来自 TIK 的指导能够显著加速算法，使得算法尽可能快的找到符合要求的位姿解。同时，TIK 无法求解时，它又能最大程度的利用其信息辅助 MoeIK 快速完成求解，因此其成功率为 100%。并且 TIK 无法求解时带来的高耗时也无法影响它，因为此时其

主要使用 **MoeIK** 求解，并使用无效位姿指导解进行加速，因此时间性能较为出色。在关节连续性和避开关节极限性能上，由于 **TIK** 使用 **NSGAI** 进行优化，而 **FusionIK** 也需要同时进化多个目标，导致其综合性能未表现出显著差异。

接下来进行第二个场景实验，在目标轨迹上放置一个动态障碍物，当机械臂运行时，需要进行避障处理。由于 **TIK** 采用精确解，因此遇到末端处于障碍物上时，该算法无法进行求解。如果使用 **FusionIK**，那么，此时 **TIK** 会进行位姿解的探寻，但遗憾的是其全部解将无效，但是可以作为一个参考。真正发挥作用的是 **MoeIK** 算法，他将自动运行，并且同时将末端避障作为约束和优化目标，从而完成避障处理，在完成碰撞避免后，算法又会重新进入协同优化的状况，具体如图 4-11 所示。

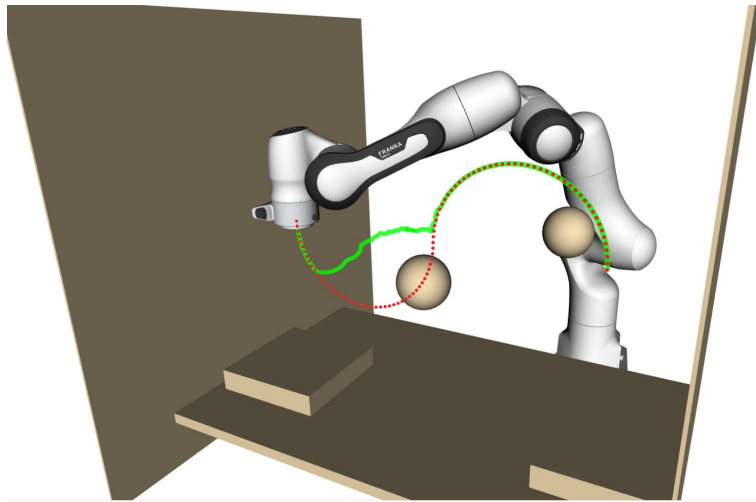


图 4-11 末端轨迹具有障碍

4.3 机械臂路径逆运动学基础通用求解框架

目前已经有微分运动学、几何法和基于优化的方法等多种方法用于单一目标点的机械臂关节空间搜索，但这些方法在应用时各有优劣，尚不存在一种方法可以较好的应用于各种类型的机械臂。基于此，本章节初步提出了一种通用的机械臂路径逆运动学基础求解框架，其设计总框图如图 4-12 所示，机械臂可以划分为四种类型，分别按照是否冗余、是否满足 **Pieper** 准则和是否可应用参数化关节法进行划分。

其中，对于符合 **Pieper** 的非冗余机械臂，直接采用解析法即可，一般可求得 16 个解，从中挑选最优有效解，对于不符合 **Pieper** 法则的，那么只能使用数值法，可以采取全关节编码算法 **MoeIK**；对于冗余机械臂，如果无法找到符合 **Pieper** 法则的关节构型，只能使用全关节编码算法，这常见于超冗余自由度机器人中。对于可应用参数化关节法的机械臂，使用 **FusionIK**，相较于使用 **MoeIK** 或者 **TIK**

单一算法，FusionIK 不仅更加鲁棒，并且它能够同时兼顾这两种算法的优点，弥补两者缺点，完成双线程协同进化，在关节区间的放松和收紧中，完成对于轨迹任务的高效执行。如此，便完成了对于机械臂路径逆运动学基础通用求解框架的解决，对于第二章所介绍的各类机械臂，包括写字机器人、服务机器人、太空机械臂和蛇形机器人等，都可以通过该类框架完成求解。

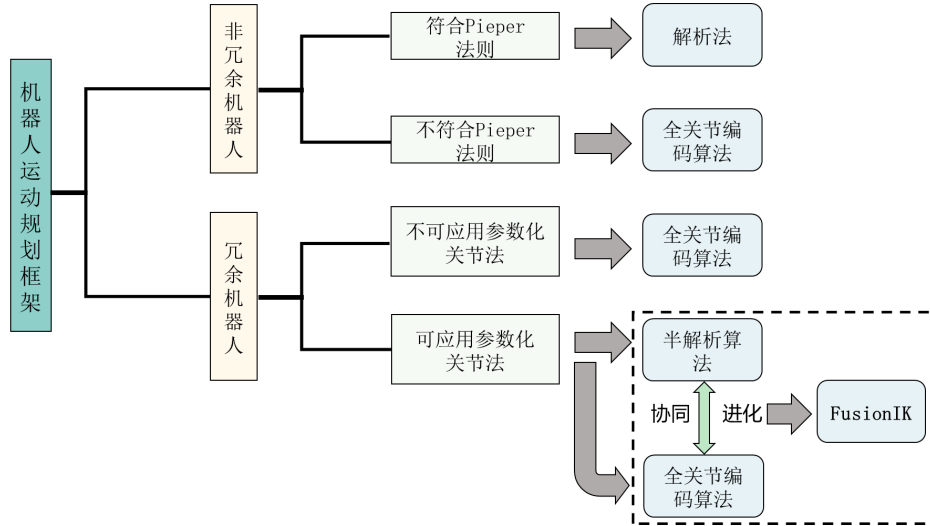


图 4-12 机械臂路径逆运动学基础通用求解框架

4.4 本章小结

本章节首先总结归纳并分析了半解析框架和全关节编码算法的核心及其优劣势，在此基础上提出了融合算法 FusionIK。该框架通过双线程运行 TIK 和 MoeIK，并通过在进化迭代过程中进行两者优越个体的相互指导完成求解。最终通过 KC30 和 Panda 机械臂的实验证明，FusionIK 在融合后具有比两者都要优越的性能。基于此，本章提出了机械臂路径逆运动学基础通用框架，该框架能够解决任意类型机械臂的路径逆运动学求解。

第5章 基于ROS的多功能冗余机械臂运动仿真系统搭建

在上一章节中基于半解析框架和全关节编码算法融合完成了 FusionIK 的设计,并进而提出冗余机械臂路径逆运动学基础通用框架。为进一步展示该框架通用性和有效性,且现有仿真平台存在依赖文件复杂、模块耦合度高、定制性差等不足,本章拟通过 ROS 仿真平台,结合 Qt、MoveIt 和 Rviz 完成一款多功能冗余机械臂运动仿真系统开发。该系统具有极高的灵活性和扩展性,能够根据 D-H 参数生成各种自定义的机械臂模型。用户可以通过手写板或绘制规则线条来设计个性化的运动轨迹。平台还支持用户自定义实验场景,添加球体、长方体等规则物体,或导入不规则障碍物,以模拟复杂的现实工作环境。用户可以根据需求选择不同的逆运动学算法,并灵活调整算法参数。系统将实时进行仿真计算,并根据任务完成情况自动生成评估报告。综合以上,此仿真系统为冗余机械臂的路径逆运动学算法研究及优化搭建了一个高效平台,大幅减少了算法验证与实际调试的开销。其采用模块化架构,具备良好的扩展性,能够灵活应对各种研究需求。

5.1 ROS 机器人操作系统

ROS 即 Robot Operating System,是专门为机器人软件开发打造的框架,灵活性极高。此平台整合了多样工具与资源库,能降低构建、编写以及运行复杂机器人系统软件的难度。ROS 兼容多种编程语言,像 C++和 Python,让开发者可依项目特性选合适编程语言。其分布式架构设计能使多个组件跨计算机运行,借助高效消息传递机制互联,提升了机器人系统模块化程度与代码可复用性。

在功能方面,ROS 有从硬件抽象、设备驱动到库函数、可视化工具、消息传递以及包管理等一系列服务,这些功能共同发挥作用,为机器人的感知、决策与控制等关键任务给予了坚实的技术支持。而且 ROS 背后存在一个活跃的社区,社区成员持续贡献开源代码与工具,大幅拓展了 ROS 的应用范围与深度。不管是在学术研究还是工业实践当中,ROS 都起着不可替代的作用,成为推动机器人技术发展的关键力量。

5.1.1 系统架构与核心

ROS 的运行架构核心覆盖了几个关键的组成部分,分别是节点(node)、话题(topic)、服务(service)以及参数服务器(parameter server),这些元素相互配合,共同搭建起了 ROS 的基本运行框架,其中节点作为执行具体任务的独立单元,话题主要用于节点之间的异步通信,服务则为节点间的同步交互提供支持,参数服务器负责对系统的配置参数进行集中管理与存储。这样的结构设计,

让 ROS 在机器人系统开发过程中体现出了较高的灵活性与可扩展性。

图 5-1 呈现出 ROS 里发布/订阅通信模式的工作原理情况。在这样的模式之下，节点可朝着特定主题去发布消息，而另外的节点则可以选择订阅该主题接收相关的消息，此种机制达成了节点间的异步通信，让信息在系统里高效地进行传递，维持了节点之间的松耦合关系状态。发布/订阅模式是 ROS 通信的核心机制中的一种，为机器人系统的模块化设计以及功能扩展给予了关键的支持。

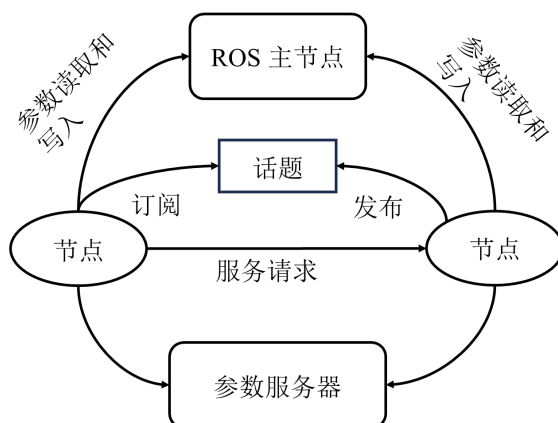


图 5-1 ROS 发布订阅机制

5.1.2 主要工具

(1) MoveIt

MoveIt 作为 ROS 里一款运动规划库，其功能强大且应用广泛，专门针对移动机械臂进行设计。它可提供众多工具以及算法，可用于运动规划、操作、3D 感知、运动学、控制以及导航等多个方面的功能，有效简化了机器人运动规划的开发流程。从图 5-2 中可看出，MoveIt 架构有运动规划模块，此模块含有运动学求解器以及碰撞检测功能，其中求解器承担正向运动学和逆向运动学的任务，碰撞检测采用 FCL 库。另外以及 3D 感知、操作、控制、路径规划等模块，MoveIt 有开源免费、功能强大、易于使用以及社区活跃等优点。

尽管 MoveIt 功能较为强大且使用起来相对容易，然而在某些特定的场景当中，它还是存在着一些局限性。其一它依赖 urdf 文件，MoveIt 需要用户去提供完整的 urdf 文件用以描述机器人模型，这对于仅仅需要依靠 D-H 参数开展运动学研究的场景而言，增添了不必要的复杂程度。其二模块耦合度较高，MoveIt 把感知、路径规划、轨迹规划、运动学以及控制等功能进行了高度集成，使得用户很难单独去使用其中的某个模块，举例来说，当用户仅仅想要研究机械臂运动学时，MoveIt 依然会调用默认的路径规划和轨迹规划模块，并且最终控制机械臂运动，这就增加了研究过程的复杂程度以及产生了不必要的计算开销。其三灵

活性受到限制，因为 MoveIt 采用的是高度集成的架构，用户很难依据自身需求对其内部算法和流程进行定制化修改，这在一定程度上对其灵活性造成了限制，本章会针对路径逆运动学构建一个更加轻量化且更为灵活的仿真系统。

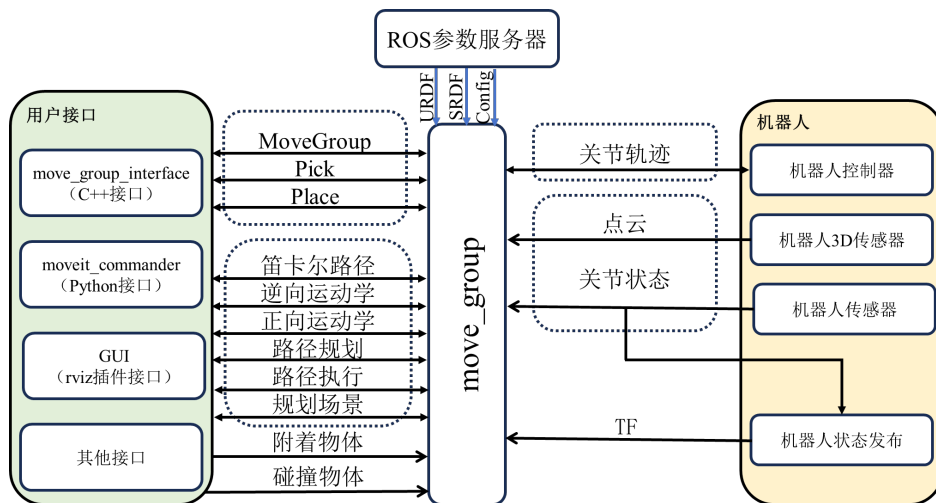


图 5-2 MoveIt 仿真平台

(2) Rviz

Rviz 作为 ROS 里一款有强大功能的 3D 可视化工具，可实现机器人模型、传感器数据以及路径规划结果等内容的实时显示。它可支持多种数据类型的可视化呈现，像点云、图像、激光雷达数据等皆是其支持的范畴，同时还准许用户对显示内容以及交互方式进行自定义设置，Rviz 在机器人开发过程中发挥着关键作用，帮助开发者以直观的方式去理解机器人的状态，对算法展开调试，并且验证系统的性能表现。

本章将基于 ROS 平台，利用 Qt 设计可视化界面和用户交互逻辑，结合 Rviz 实现三维可视化，并采用 yaml 文件管理参数。系统开发语言选用 C++14，旨在构建一个功能丰富的冗余机械臂路径逆运动学仿真系统。

5.2 多功能冗余机械臂运动仿真系统

本节将详细介绍独立构建的多功能冗余机械臂运动仿真系统，该系统包括以下功能：自定义生成机器人模型、个性化运动轨迹设计、自动求取正运动学并验证、自定义实验场景搭建、灵活选择逆运动学算法和实时仿真并评估。

5.2.1 整体系统功能介绍

本仿真平台功能界面与逻辑交互基于 Qt Designer 设计，具体如图 5-3 所示。整体软件系统将划分为四大模块，分别为功能交互区、仿真运行区、信息打印区和状态显示区。

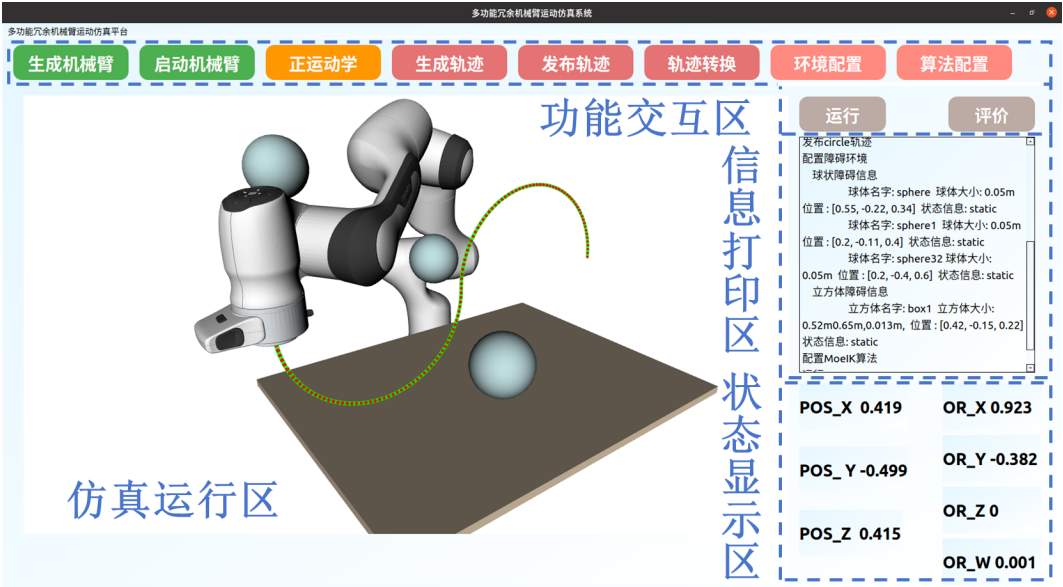


图 5-3 多功能冗余机械臂路径逆运动学仿真平台

其中，功能交互区集中了一系列操作按钮，包括生成并发布机械臂、自动求取正运动学解析表达式并结合 Rviz 完成验证、自定义目标运动轨迹生成、轨迹转换和轨迹发布、周围环境主要是障碍物设置、算法选择以及参数配置，还有最终的仿真运行和算法评估共计十个操作模块，完成了从机械臂生成、轨迹生成、场景构建、算法配置和实时运行评估的完整流程。仿真运行区则是将 Rviz 嵌入到该仿真软件系统中进行显示，通过订阅机械臂模型、障碍物列表、目标轨迹和实际轨迹等完成运动可视化。信息打印区则进行交互操作上的显示，如加载机械臂、生成机械臂等操作时，会将这些相关信息进行打印。状态显示区则实时显示机械臂当前末端状态，即机械臂末端的位姿。其中，POS_X、POS_Y、POS_Z 为末端的 X、Y、Z 在基坐标系下的位置，OR_X、OR_Y、OR_Z、OR_W 为末端在基坐标系下的四元数，即姿态。接下来本节将以一款九自由度超冗余机械臂为例，阐述该系统的使用。

5.2.2 生成机械臂

首先系统将基于已知 D-H 参数表完成机械臂的构建并启动，主要操作为“生成机械臂”和“启动机械臂”两个功能。点击“生成机械臂”，完成九自由度机械臂的相关参数配置，具体如图 5-4 所示。左上角为 D-H 建模法的两种应用模式，标准建模和改进建模，此处使用标准建模。设置将要构建的机械臂自由度数量为九，机械臂名字命名为 test_9。点击生成按钮，下方空白区域将自动生成九自由度机械臂标准建模方式下的 D-H 参数表，根据已知信息完成各个参数的填写。其中，如果是转动关节，则 θ 填写为 x ，表示为变量；如果是移动关节，则 d 为变

量。 a 和 α 第二章已有解释， $thre_min$ 和 $thre_max$ 为当前关节的关节运动范围。保存按钮可以以标准格式保存当前 D-H 表格参数到指定文件，随后，使用打开按钮可以选择指定存有 D-H 参数的文件，并将其填写到下方表格中。最后，转换按钮的作用为解析 D-H 参数，并转换为 urdf 文件，即机器人标准格式文件，为后续的 Rviz 可视化等作基础。

Form

生成机械臂

标准DH

自由度数量9

机器人名字test_9

生成

保存

打开

转换

	θ_i	d_i	a_i	α_i	$thre_min$	$thre_max$
1	x	0	0.2	90	-180	180
2	x	0	0.2	0	-180	180
3	x	0	0.2	-90	-180	180
4	x	0	0.2	0	-180	180
5	x	0	0.2	90	-180	180
6	x	0	0.2	0	-180	180
7	x	0	0.2	-90	-180	180
8	x	0	0.2	0	-180	180
9	x	0	0.2	90	-180	180

图 5-4 生成机械臂

点击“启动机械臂”，可以选择指定机械臂 urdf 文件运行，机械臂的模型将会显示在仿真运行区，如图 5-5 所示。且本节进行的一系列操作均出现在信息打印区，状态显示区为机械臂末端的位姿。



图 5-5 启动机械臂

5.2.3 正运动学

正运动学模块包括自动求取正运动学解析表达式及其验证功能。如图 5-6 所

示。首先，点击“生成正运动学表达式”，将基于当前选择的机械臂模型完成解析表达式的自动化求取，并显示在下方的空白区域。这主要基于 C++的符号变量库完成变量的解算，此处不同于常规保留各个坐标系齐次变换矩阵的方式，而是直接存储为已经运算完成的表达式，这样，可以为后续解算进行加速。然后，为了全自动化解算的完成，将会自动生成一个正运动学可执行文件，后续算法如果要使用，将直接运行该可执行文件。



图 5-6 正运动学

关于正运动学验算，在表达式的下方，关节角度一栏填入期望运算的关节数值，之后点击“正运动学运算”，末端位姿栏将会基于正运动学表达式完成运算并显示。右侧关节滑索区实时对应仿真运动区模型，该模型由 urdf 和 MoveIt 完成解算，因此当实时调整关节数值栏时，模型将基于 MoveIt 完成正运动学，并于状态显示区显示，如此对照该显示和末端位姿栏即可完成验算，如图 5-7 所示。



图 5-7 正运动学验算

5.2.4 轨迹生成

完成机械臂的可视化后，着手设计目标运动轨迹。轨迹的设置分两种模式，一种为规则轨迹，使用直线、圆弧等完成；一种为写字板模式，划定一部分区域为写字板，并使用鼠标拖动完成自定义设计。对于前者，首先确定运动平面，设置轨迹坐标系为基于基坐标系或是末端坐标系。然后设定规则线条类型，如图5-8所示，通过直线与圆弧的拼接实现了YZ平面的“5”的设计。下方的“保存”按钮可以保存设计的轨迹，不过由于具体规划时使用离散轨迹点，因此当点击“保存”时，会根据设定的轨迹点间隔进行离散化，平滑操作后保存到指定文件。“转换”按钮则将轨迹点文件从图像坐标系转换到机器人坐标系，然后根据写字板和实际机器人空间的映射进行转换，从而提供给运动规划模块使用。

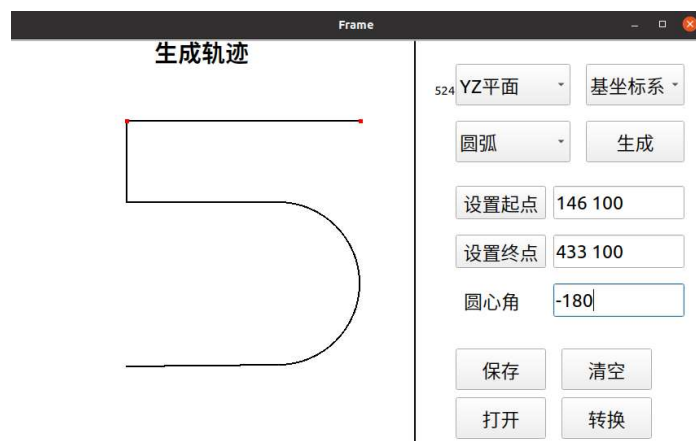


图 5-8 规则轨迹生成

对于写字板模式，在键盘输入“xzb”后进入。然后，拖动鼠标在区域内进行移动，即可完成设计。如图5-9所示，设计“hello”，平滑并离散后进行保存。



图 5-9 写字板模式轨迹生成

考虑到不同算法输入的轨迹坐标系可能不同，如 BioIK、MoeIK 等使用基坐标系，而 RelaxedIK 使用末端坐标系。因此，本轨迹设计模块还设置了轨迹转换功能，如图 5-10 所示。在输入指定轨迹后，设定其转换模式，包括“基坐标系转末端坐标系”和“末端坐标系转基坐标系”。其中，末端坐标系的位姿将基于机械臂当前末端位姿。除此之外，针对 RelaxedIK，其输入轨迹有特定格式，因此当勾选“是否转换为 RelaxedIK”时，会输出其特定格式。如此，便完成了指定轨迹的设计。此处，选择“hello”轨迹作为目标运动轨迹，如图 5-11 所示。



图 5-10 轨迹转换模块



图 5-11 目标轨迹展示

5.2.5 环境配置

接下来，由本节完成仿真场景的构建，具体而言即对周围环境障碍物的设计，如图 5-12 所示，左侧为单个障碍参数的设计，右侧框内为拟规划的所有障碍。首先，在单个障碍设计模块，选择障碍类别，包括球体、立方体、圆柱体、胶囊体等，然后确定障碍位置、姿态、尺寸和名称，其中名称不得重复。并且，位置

和姿态均为基坐标系下，所有的单位均为 m，姿态为弧度制。完成参数设计后，点击“添加”，则该障碍会以标准格式呈现在右侧栏中。在完成所有障碍的添加后，右侧栏则为所有障碍的参数内容。点击“发布”按钮，这些障碍会被加载进入规划场景。如果要进行障碍参数的更改或者删除，可以在右侧栏内手动进行，随后重新点击“发布”按钮即可。如图 5-13 所示，此处设计了四个球体和两块立方体在目标轨迹附近。

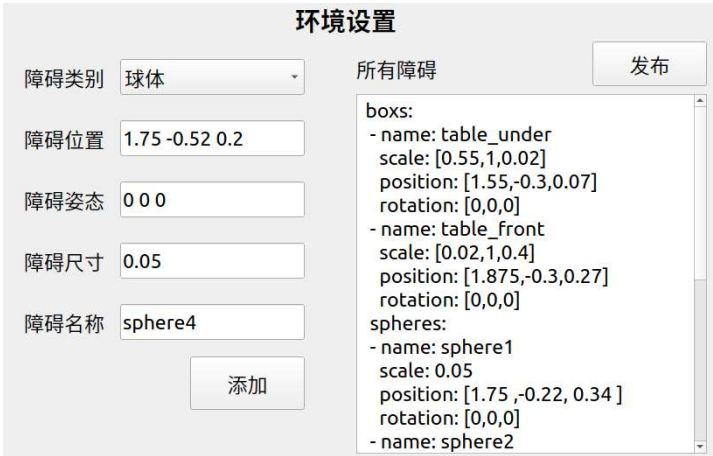


图 5-12 环境设置

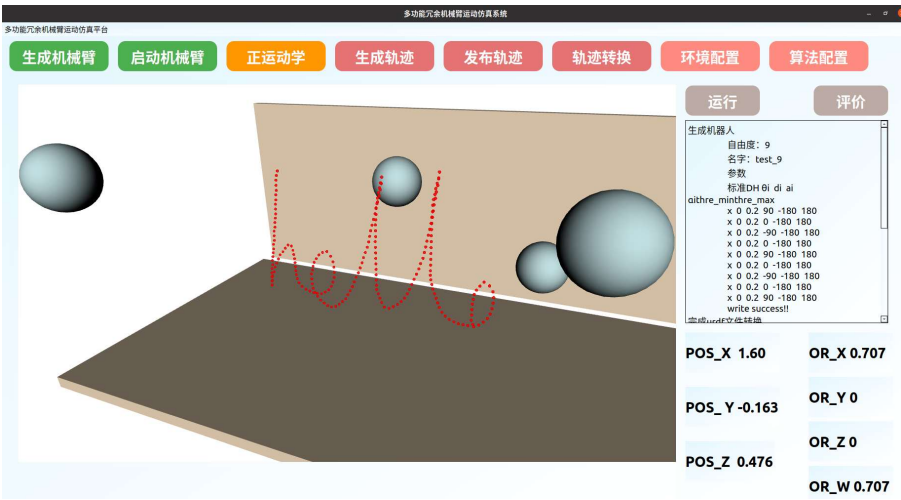


图 5-13 障碍环境显示

5.2.6 算法配置

在完成所有输入信息的设置后，进行算法配置。如图 5-14 所示，首先进行运行算法的选择，可供选择的算法包括 MoveIt 配置相关如 Trac-IK、KDL、BioIK 等，本文第二章算法 MoeIK、第三章算法 FusionIK、前沿路径逆运动学算法 RelaxedIK 等，此处挑选 MoeIK 作为说明。算法需要配置的模块分为三部分：任务库、算法参数和运行模式。

图 5-14 算法配置

首先对于任务库模块，此处具体可参考本文第二章关于运动任务库和优先级框架的设计。本文完成总结归纳的任务共有七个：位置精度任务、姿态精度任务、保持关节连续、避开关节极限、避障、关节保持指定构型和避开奇异。此处，选择位姿精度、保持关节连续和避开关节极限、避障作为需要完成的任务。随后，进行任务的分类，避障和关节需要保持在运动范围作为约束，其余作为目标。随后，进行分层，此处设定位姿精度任务作为目标层，即需要完成的任务，因此设置具体的终止迭代指标，并将其作为提前收敛的条件代替最大进化迭代次数。对于避障约束，其指标为启动阈值，具体见第三章关于避障的优化处理策略。最后，对于保持关节连续和避开关节极限，作为优化层，设定指标为“optimize”，即没有固定数值，尽可能优化即可。当保持关节连续作为目标层、位姿任务作为优化层，也是如此，保持关节连续将设定具体的指标值作为提前收敛的条件。除此之外，如果应用 MoelK 算法，其执行过程中，各个任务将会有不同的权重，这主要通过不同的任务层级进行自适应分配。

然后，将进入算法参数的设置，这主要涉及执行过程中的参数，与进化计算和加入的各个算子如自适应区间搜索等有关。如图 5-15 所示。主要有四个部分参数需要设置，分别为种群数量、自适应区间搜索参数、终止参数和交叉变异参数。图中显示的为默认参数，可以根据实际情况进行调整。关于各个参数，在本文第三章已有介绍，此处不进行详细解释。

最终，将进行运动模式和输出文件的设置，如图 5-16 所示。运行模式有 debug、release 和 outline 三种，其中，debug 为调试模式，在算法运行期间，将算法细节输出至日志文件夹，文件夹内存有每个轨迹点的具体运行过程，可以进行算法调试。release 模式为发布模式，仅保留最简输出，即每个点的细节评价文件、整体评价文件和最终的关节配置文件即结果。outline 即离线模式，在输入离线文件后，算法将根据离线文件运行，而不是在线实时运行算法。各个文件存储的位置由右

侧框进行指定。

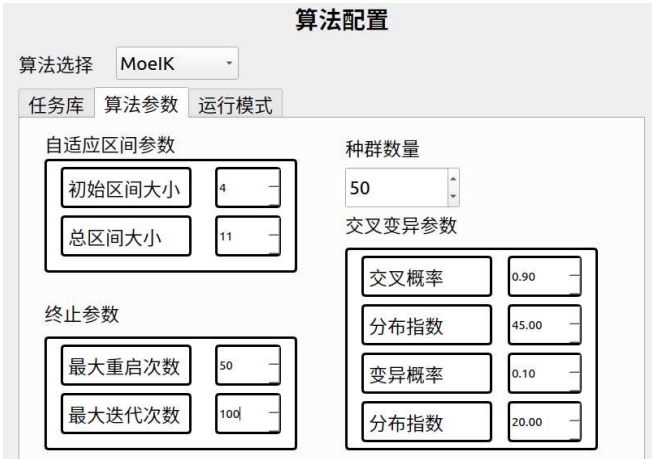


图 5-15 算法参数配置

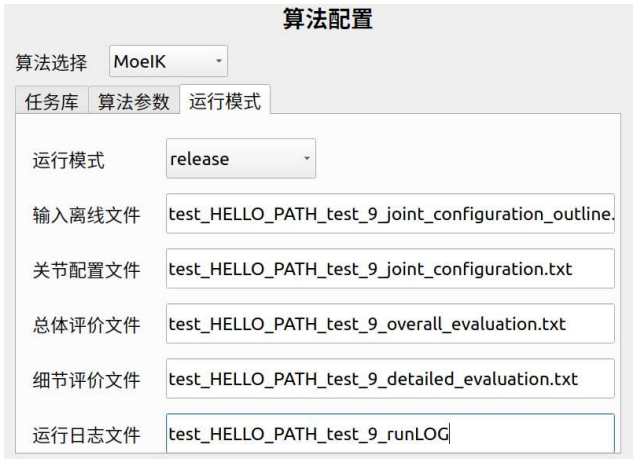


图 5-16 运动模式和输出文件设置

5.2.7 运行与评价

完成以上设置后，点击“运行”按钮进行仿真运动，具体结果如图 5-17 所示。图中红色轨迹点为目标轨迹，绿色为实际运动轨迹。可以看到，机械臂完成了对指定轨迹的高精度跟踪，并且成功满足避障和关节运动在关节范围内的约束。对于连续性和避开关节极限，也尽可能的完成。仿真运动后，将根据运行结果进行评价，评价指标在第三章有所介绍，具体如图 5-18 所示。从图中可以看出，九自由度超冗余机械臂在使用 MoelK 算法完成“hello”轨迹的路径逆运动学求解时，其平均求解时间为 61.9ms，满足实时在线要求。对于位姿精度，平均位置误差为 0.12mm，平均姿态精度为 0.12 度，满足图 5-14 设置的目标层任务指标。平均关节移动即保持关节连续性指标的体现，从结果来看，效果也十分优越。逼近关节极限次数为 0，即避开关节极限任务完成。从仿真过程看，机械臂并未

发生碰撞，因此避障约束也有所完成。总结，MoeIK 算法较好的对该运动过程完成了仿真和评价。

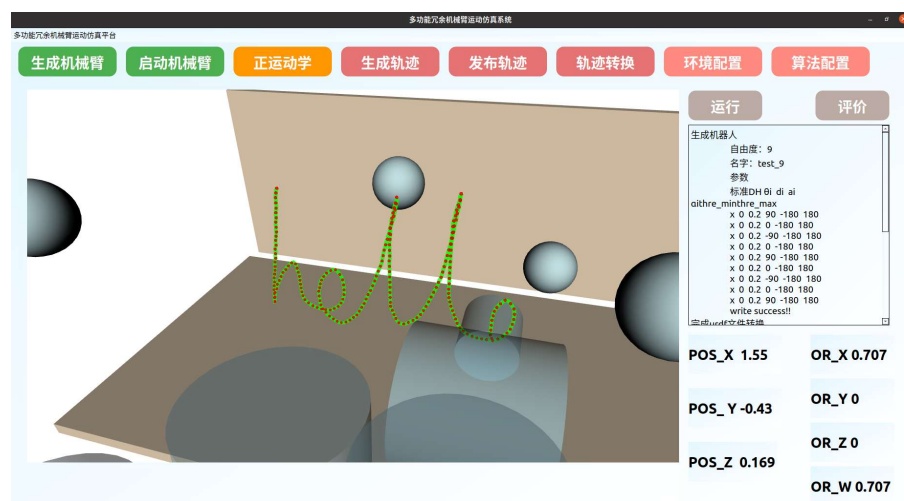


图 5-17 运行后仿真运动结果



图 5-18 评价

5.3 本章小结

本章首先介绍了 ROS 系统和基于 ROS 的一系列工具包括 Rviz、MoveIt 等，随后提出了完全独立构建的多功能冗余机械臂路径逆运动学仿真系统。该系统基于 Qt 设计界面，共分为功能交互区、仿真运行区、信息打印区和状态显示区四大模块。随后，详细介绍了功能交互区的各个操作。并最终有一款九自由度超冗余机械臂为例，完成了从机械臂生成、启动、手写“hello”轨迹生成、周围环境设置、算法选择和参数配置到最终算法运行和评价的完整流程。该系统能够加速对路径逆运动学算法的研究，更具灵活性。

第 6 章 总结与展望

6.1 论文总结

近年来，机器人在工业场景、人机交互、服务等领域实现了迅猛发展。随着人们对机器人在复杂环境中执行更自然、智能操作的需求与日俱增，机器人必须具备强大的多任务平衡能力，而冗余机械臂凭借其冗余自由度，为实现这一目标提供了可能。

然而，传统的冗余机械臂逆运动学算法大多仅着重于快速求解末端执行器的位姿，却未兼顾其他特性。例如，在机械臂完成高精度跟踪的同时，如何使其同步达成诸如保持机体关节连续性、避开关节极限等其他任务，这类问题被称作路径逆运动学。尽管目前针对路径逆运动学算法已有一定研究，但仍存在不足，难以同时兼顾实时性、多任务平衡性以及有效性等关键指标。基于此，本研究聚焦于冗余机械臂的路径逆运动学算法，致力于开发一种尽可能满足实时性、精确性、有效性、连续性等指标的全新算法。具体工作总结如下：

(1) 本研究提出了一种基于全关节编码的路径逆运动学创新算法 **MoeIK**，该算法以超多目标进化方法 ϵ -NSGAII-SDE 为基础，创新性地引入了精英继承、自适应区间搜索和记忆回溯重启等改进，展现出卓越的多任务平衡能力。在第三章中，对该算法进行了系统阐述：首先，基于机械臂的运动特性约束和具体场景需求，提取相应的运动学任务并通过适应度函数进行表征，从而构建完整的任务库。随后，根据实际任务需求从任务库中进行筛选，并基于优先级框架对其进行分类和分层处理。在此基础上，本文将路径逆运动学问题建模为多约束多目标优化问题，采用超多目标进化算法实现多个目标的并行全局搜索，并通过引入一系列加速算子，在保证求解效率的同时确保了算法的鲁棒性。实验结果表明，该算法在七自由度 **Panda** 机械臂、八自由度 **KC30** 隧道喷浆机械臂和十二自由度超冗余机械臂的不同轨迹求解任务中均表现出色。与 **RelaxedIK**、**Trac-IK** 和 **BioIK** 等先进算法相比，**MoeIK** 在多个目标平衡性能方面展现出显著优势。

(2) 本研究提出一种创新的半解析与全关节编码融合算法 **FusionIK**，此方法达成两种算法优势互补，其能充分呈现半解析框架高效求解优势，又能在半解析无法获取有效解时，借全关节编码算法提供补充求解。第四章详述该算法实现过程：首先深入剖析半解析方法 **TIK** 和全关节编码算法 **MoeIK**，系统归纳其核心原理与优缺点。接着构建 **FusionIK** 融合算法，借多线程并行机制同时运行 **TIK** 和 **MoeIK**，在种群初始化和进化迭代中实现优秀个体交互指导，提升算法效率。算法设统一迭代终止条件，任一算法契合条件即可提前收敛，保证鲁棒性求解。

为验证算法性能,本章节设 KC30 边缘空间目标轨迹求解实验与 Panda 末端轨迹动态障碍实验。仿真结果表明,该融合算法在可应用半解析框架的冗余机械臂上,整体性能优于单独使用的两种算法。最后基于此研究成果,提出冗余机械臂通用路径逆运动学求解基础框架,为通用求解方法研究奠定初步基础。

(3) 本研究自主开发了一套多功能冗余机械臂运动仿真系统,实现了任意机械臂模型的生成与算法验证功能。第五章对该系统进行了全面介绍:该系统基于 ROS 框架构建,采用 Qt Designer 进行界面设计,使用 C++14 语言开发核心逻辑,并利用 Rviz 实现模型可视化。系统软件架构由功能交互区、仿真运行区、信息打印区和状态显示区四大模块组成。其中,功能交互区集成了机械臂生成、轨迹生成、障碍环境设置、算法配置、运行控制与性能评估等十大功能;仿真运行区通过嵌入式 Rviz 实现模型可视化与运动仿真;信息打印区实时记录系统操作日志;状态显示区则动态呈现机械臂末端位姿信息。为验证系统功能,本章以一款九自由度机械臂为例,完整演示了从 D-H 参数输入到 urdf 文件生成、机械臂构建与启动的全过程;随后,通过写字板生成“hello”轨迹并进行轨迹发布;同时,自定义障碍环境,配置算法参数,最终实现了路径逆运动学求解的运行与评估。

6.2 研究展望

本文围绕冗余机械臂路径逆运动学算法展开深入研究,取得了一定成果:成功设计了新型全关节编码算法 MoeIK 和融合算法 FusionIK,并通过与多种前沿算法的对比实验验证了其优越性。同时,开发了一款多功能运动仿真软件平台,实现了任意机械臂的生成与路径逆运动学算法验证功能。然而,本研究仍存在若干可改进之处,未来工作可从以下几个方面展开深入探索:

(1) 在算法验证方面,虽然本研究的所有实验均在仿真系统中完成,且实验所用机械臂和场景均源自实际工作需求,仿真结果已充分验证了运动学算法的有效性,但实机应用更能体现算法的实用性和通用性。因此,未来的重点研究方向之一是将上述算法应用于实际机械臂系统,以进一步验证其工程实用价值。

(2) 针对本文第三章所提出的任务库以及优先级框架而言,当下的研究仍存在不足,比如目标优先级的分类以及分层工作仍然需要借助人工进行干预,未来若要进行改进,应当朝着扩充任务库规模的方向努力,同时还要开发出自适应机制,以此来达成任务优先级的自动分类以及分层。

(3) FusionIK 框架的现有验证场景集中于 KC30 机械臂与 Panda 机械臂,这主要是因为半解析方法应用成本高,需预先手动计算解析表达式。未来研究重点之一是开发半解析法解析表达式的自动化求取工具,借助该工具能开展更广泛的实验场景验证,评估 FusionIK 框架的普适性与可靠性。

参考文献

- [1] Qin Y, Escande A, Kanehiro F, et al. Dual-arm mobile manipulation planning of a long deformable object in industrial installation[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2023, 8(5): 3039-3046.
- [2] Allegro D, Terreran M, Ghidoni S. Multi-camera hand-eye calibration for human-robot collaboration in industrial robotic workcells[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2024, 9(11): 9852-9859.
- [3] 石艾鑫, 马晓燕. 基于数字孪生的教育机器人人机交互系统设计[J]. 自动化与仪器仪表, 2025, 1: 277-280+285.
- [4] Guo X, Liu Z, Crocher V, et al. Ultimate passivity: Balancing performance and stability in physical human-robot interaction[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2025, 41: 2050-2066.
- [5] 王守瑞, 王国刚, 王博, 等. 空间可重构机器人研究现状及展望[J]. 制造业自动化, 2024, 46(11): 46-56.
- [6] 董敬, 汪安安, 李坤鹏, 等. 医疗服务机器人研究进展综述[J]. 中国医疗器械杂志, 2023, 47(6): 645-650+658.
- [7] 宋巧玲. 面向老年护理的家用服务机器人研究现状[J]. 医疗卫生装备, 2023, 44(11): 100-106.
- [8] 刘伟, 赵潇, 傅扬. 医疗机器人研究、应用现状及发展趋势[J]. 中国医疗设备, 2023, 38(12): 170-175.
- [9] 张莹杰. 管道机器人综述[J]. 装备制造技术, 2021, 6: 114-117+138.
- [10] Kang M, Shin H, Kim D, et al. TORM: Fast and Accurate Trajectory Optimization of Redundant Manipulator given an End-Effector Path[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2020: 9417-9424.
- [11] Kang M, Cho Y, Yoon S-E. RCIK: Real-Time Collision-Free Inverse Kinematics Using a Collision-Cost Prediction Network[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(1): 610-617.
- [12] Praveena P, Rakita D, Mutlu B, et al. User-Guided Offline Synthesis of Robot Arm Motion from 6-DoF Paths[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2019: 8825-8831.
- [13] Rakita D, Mutlu B, Gleicher M. STAMPEDE: A discrete-optimization method

- for solving pathwise-inverse kinematics[C]//2019 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2019: 3507-3513.
- [14] Pieper. The kinematics of manipulators under computer control[D]. Stanford University, 1969.
- [15] Trutman P, Din M S E, Henrion D, et al. Globally optimal solution to inverse kinematics of 7DOF serial manipulator[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(3): 6012-6019.
- [16] Ames B, Morgan J, Konidakis G. IKFlow: Generating diverse inverse kinematics solutions[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(3): 7177-7184.
- [17] Wang L-C T, Chen C C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991, 7(4): 489-499.
- [18] Aristidou A, Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the inverse kinematics problem[J]. Graphical Models, 2011, 73(5): 243-260.
- [19] Ojha S, Leodler K, Wu T-H. Singularity-free inverse kinematics by cyclic coordinate descent of a 6 DOF robotic manipulator[C]//2023 20th International Conference on Ubiquitous Robots (UR). 2023: 735-740.
- [20] Zhang Z, Wang S, Meng D, et al. Soft-CCD algorithm for inverse kinematics of soft continuum manipulators[C]//2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2021: 639-644.
- [21] Wang F, Ye W, Kang X, et al. FABRIKv: A fast, iterative inverse kinematics solver for surgical continuum robot with variable curvature model[C]//2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2023: 8417-8424.
- [22] Lv J, Mao S, Qiang L, et al. Tokamak O&M robot dynamic control by using optimized FABRIK and spatial partition strategies in digital twin system[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2025, 21(2): 1595-1604.
- [23] Santos P C, Freire R C S, Carvalho E A N, et al. M-FABRIK: A new inverse kinematics approach to mobile manipulator robots based on FABRIK[J]. IEEE Access, 2020, 8: 208836-208849.
- [24] Santos M C, Molina L, Carvalho E A N, et al. FABRIK-R: An extension developed based on FABRIK for robotics manipulators[J]. IEEE Access, 2021, 9: 53423-53435.
- [25] Buss S R. Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose,

- pseudoinverse and damped least squares methods[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 2004, 17(1-19): 16.
- [26] 王腾, 张承瑞, 陈齐志, 等. 基于增广雅可比矩阵的冗余机械臂逆运动学求解算法[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(16): 6752-6757.
- [27] Beeson P, Ames B. TRAC-IK: An open-source library for improved solving of generic inverse kinematics[C]//2015 IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids). 2015: 928-935.
- [28] Zou Z, Han J, Zhou M. Research on the inverse kinematics solution of robot arm for watermelon picking[C]//2017 IEEE 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC). 2017: 1399-1402.
- [29] Son N N, Anh H P H, Chau T D, et al. Inverse kinematics solution for robot manipulator based on adaptive MIMO neural network model optimized by hybrid differential evolution algorithm[C]//2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). 2014: 2019-2024.
- [30] Bouzid R, Narayan J, Gritli H, et al. Hybrid metaheuristic and artificial neural network approach for solving inverse kinematics of a SCARA manipulator robot[C]//2024 International Conference on Innovation and Intelligence for Informatics, Computing, and Technologies (3ICT). 2024: 385-392.
- [31] Falconi R, Grandi R, Melchiorri C. Inverse kinematics of serial-manipulators in cluttered environments using a new paradigm of particle swarm optimization[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(3): 8475-8480.
- [32] Li C, Dong H, Li X, et al. Inverse kinematics study for intelligent agriculture robot development via differential evolution algorithm[C]//2021 International Conference on Computer, Control and Robotics (ICCCR). 2021: 37-41.
- [33] Ruppel P, Hendrich N, Starke S, et al. Cost functions to specify full-body motion and multi-goal manipulation tasks[C]//2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2018: 3152-3159.
- [34] Starke S, Hendrich N, Zhang J. Memetic evolution for generic full-body inverse kinematics in robotics and animation[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(3): 406-420.
- [35] Lee S, Bejczy A K. Redundant arm kinematic control based on parameterization[C]//1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1991: 458-465.

- [36] Xie B, Wang Q, Wu D, et al. Optimal parameterized joints selection to improve motion planning performance of redundant manipulators[C]//2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2023: 9672-9678.
- [37] Mu Z, Yuan H, Xu W, et al. A segmented geometry method for kinematics and configuration planning of spatial hyper-redundant manipulators[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(5): 1746-1756.
- [38] 赵京东, 王梓睿, 张佳钰, 等. 基于臂型角的 Baxter 机械臂运动映射方法[J]. 载人航天, 2024, 30(6): 735-745.
- [39] 张英, 冯征征, 李剑, 等. 基于 CGA 的 7 自由度冗余机械臂逆运动学臂型角参数化方法[J]. 机械工程学报, 2023, 59(23): 68-75.
- [40] 徐文福, 张金涛, 闫磊, 等. 偏置式冗余空间机械臂逆运动学求解的参数化方法[J]. 宇航学报, 2015, 36(1): 33-39.
- [41] Chen Z, Min K, Fan X, et al. A hybrid motion optimization framework for the humanoid upper-body robot: Safe and dexterous object carrying[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2025, 10(4): 3892-3899.
- [42] Wu D, Zhang W, Qin M, et al. Interval search genetic algorithm based on trajectory to solve inverse kinematics of redundant manipulators and its application[C]//2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2020: 7088-7094.
- [43] Wu D, Hou G, Qiu W, et al. T-IK: An efficient multi-objective evolutionary algorithm for analytical inverse kinematics of redundant manipulator[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 8474-8481.
- [44] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multi objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [45] Rakita D, Mutlu B, Gleicher M. RelaxedIK: Real-time synthesis of accurate and feasible robot arm motion[C]//Robotics: Science and Systems 2018. 2018.
- [46] Rakita D, Shi H, Mutlu B, et al. CollisionIK: A per-instant pose optimization method for generating robot motions with environment collision avoidance[C]//2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2021: 9995-10001.
- [47] Wang Y, Praveena P, Rakita D, et al. RangedIK: An optimization-based robot

- motion generation method for ranged-goal tasks[C]//2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2023: 9700-9706.
- [48] 李能. 基于自适应遗传算法的超冗余机械臂逆运动学研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2021.
- [49] Denavit J, Hartenberg R S. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms[J]. Journal of Applied Mechanics, 1955, 22: 215-221.
- [50] Shao J, Liao J, Li H, et al. Towards safe and aggressive motion generation for dynamic targets pick-and-place[C]//2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2023: 10588-10595.
- [51] Li W, Yi Z, Zou Y, et al. A novel obstacle-avoidance solution with non-iterative neural controller for joint-constrained redundant manipulators[C]//2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2023: 237-243.
- [52] Xie Z, Liu M, Su Z, et al. A data-driven obstacle avoidance scheme for redundant robots with unknown structures[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2025, 21(2): 1793-1802.
- [53] Yan J, Liu M. Neural dynamics-based model predictive control for mobile redundant manipulators with improved obstacle avoidance[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2025, 72(3): 2769-2778.
- [54] Bergen G V D. A fast and robust GJK implementation for collision detection of convex objects[J]. Journal of Graphics Tools, 1999, 4(2): 7-25.
- [55] Montaut L, Le Lidec Q, Petrik V, et al. GJK++: Leveraging acceleration methods for faster collision detection[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2024, 40: 2564-2581.
- [56] 吴亚婷. 考虑帕累托前沿分布的超多目标优化算法研究[D]. 淮北师范大学, 2024.
- [57] 许崇. 面向超多目标优化问题的高效进化算法研究[D]. 湖南大学, 2023.
- [58] Liu Q, Jin Y, Heiderich M, et al. Coordinated adaptation of reference vectors and scalarizing functions in evolutionary many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(2): 763-775.
- [59] Tian Y, Cheng R, Zhang X, et al. A strengthened dominance relation considering convergence and diversity for evolutionary many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(2): 331-345.

- [60] Jaimes A L, Coello Coello C A, Aguirre H, et al. Objective space partitioning using conflict information for solving many-objective problems[J]. Information Sciences, 2014, 268: 305-327.
- [61] Kollat J, Reed P. Comparing state-of-the-art evolutionary multi-objective algorithms for long-term groundwater monitoring design[J]. Advances in Water Resources, 2006, 29(6): 792-807.
- [62] Hadka D, Reed P M, Simpson T W, et al. Diagnostic assessment of the Borg MOEA for many-objective product family design problems[C]//2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2012: 1-10.
- [63] 魏玉涛, 白富生. 基于 ε -支配的昂贵超多目标黑箱问题代理优化算法[J]. 重庆师范大学学报(自然科学版), 2023, 40(4): 15-22.
- [64] Li M, Yang S, Liu X. Shift-based density estimation for Pareto-based algorithms in many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18(3): 348-365.

攻读硕士期间主要成果

一、发表的学术论文

[1] Many-Objective Motion Generation Method for Redundant Manipulators by Solving Pathwise Inverse Kinematics (一审, 投稿至 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), CCF C 类会议, 导师一作, 本人二作, 对应本文第三章相关工作)

[2] SA-IK: A Pathwise Inverse Kinematics Solving Algorithm Guided by a Semi-Analytical Framework[C]//2025 7th International Conference on Information Science, Electrical and Automation Engineering (ISEAE 2025), 2025. (已录用, EI 会议, 本人一作, 对应本文第四章部分工作)

二、参与的科研项目

(1) 企事业单位委托项目: 多智能体任务分配和协同感知技术研究, 2023.4-2025.4, 项目组核心成员

(2) 企事业单位委托项目: 全自动隧道喷浆机器人系统研发, 2022.9-2023.6, 项目组核心成员

三、个人获奖情况

(1) 国家级, 第十九届中国研究生数学建模竞赛全国三等奖, 2022

(2) 国家级, 第二十届中国研究生数学建模竞赛全国三等奖, 2023

(3) 省部级, 第八届湖南省研究生数学建模竞赛省二等奖, 2023

致谢

三年时间弹指一挥间就已经过去，硕士的路程也迎来了终点。回顾过往，我感觉收获和成长了很多。在此，我要向所有关心、支持和帮助我的人表示最诚挚的感谢。

首先，我要感谢我的导师谢斌教授。还记得初次相见是在保研面试的时候，那次交流我就被您的专业和热情所折服，非常幸运能够成为您的学生。您严谨的治学态度、渊博的学识和敏锐的学术洞察力，不仅为我指明了研究方向，更让我深刻理解了科学研究的真谛。在休闲之余您也会组织团建活动，为我们放松，带我们领略生活的乐趣。您的言传身教将伴随我一生，成为我人生路上的宝贵财富。

其次，我要感谢帮助过我的师兄们，感谢清锋师兄、振南师兄、海涛师兄、吴迪师兄对我科研上的帮助和指导。还记得在康保出差路上，和清锋师兄一起在零下二十几度的天气下苦中作乐；在实验室的深夜，和振南师兄一起修改项目申请书，这些都是我宝贵的回忆。也感谢我的同门欣玉和浩然，这三年我们一起入学、一起科研、一起毕业，希望大家未来能够一切顺利。感谢实验室的师弟师妹们，感谢你们的陪伴。

此外，我要感谢我的家人和朋友。感谢父母的养育和支持，你们是最坚强的后盾，没有你们的养育就没有我的今天，祝福你们能够健康快乐。感谢我的哥哥，我们一起读研，一起探讨研究生生活，互相分享、鼓励，希望以后能够一起努力。

也感谢我的室友们，这三年一起成长，从开始互不相识到后来无话不谈，我们虽然来自不同的实验室，研究方向也并不相同，但是能经常进行学术交流，生活上能够互帮互助。也感谢我的好朋友康康，我们从大学开始就是室友，研究生也在同一所学院，我们一起在读研的时候互相打气加油，祝愿你未来能够顺心如意，心想事成。

最后，我想说，一段旅程的结束意味着新的开始，长风破浪会有时，直挂云帆济沧海！

2025 年 5 月 20 日于中南大学信息楼